

傾斜面上を滑り落ちる水滴に働く摩擦力に水滴量が及ぼす影響

Effect of Drop Volume on Frictional Force between Sliding Water Drop and Tilting Surface

長野高専（正）*柳澤 憲史 長野高専（非）大森 俊邦 長野高専（学）斎藤 千夏

長野高専（非）奥村 紀浩 阪大（学）岩下 航

Kenji Yanagisawa*, Toshikuni Oomori*, Chinatsu Saito*, Norihiro Okumura*, Wataru Iwashita**

* National Institute of Technology, Nagano College, ** Osaka University

1. はじめに

1997年にBarthlottは、タロイモの葉の表面は微細な凹凸をもつためその表面の上の水滴は球形になることを報告した¹⁾。この機能は超はっ水性と呼ばれ、この機能のためにタロイモの葉は防汚性(自浄作用)をもつと述べられている²⁾。工業分野においても表面の防汚性はその製品の価値を増す。防汚性を評価するにはその表面のはっ水性のみならず水滴除去性(滑水性)を評価する必要がある。はっ水性についての研究は数多くある³⁻⁵⁾が、滑水性については明らかにされていないことが多い。

滑水性の評価指標として表面の水滴の転落角と転落速度がある⁶⁾。転落角は水滴が滑り始める固体表面の傾斜角を示し、水滴に係る重力と転落角の正弦の乗算(すなわち重力の斜面方向成分)と水滴に働く静摩擦力が釣り合う。Bikerman⁷⁾は、表面と水滴の間に働く静摩擦力の主因は水滴の表面張力にあるとして、表面と水滴の接触面の輪郭の滑動方向に直交する方向の幅(以下、接触線の幅)が静摩擦力と比例関係にあることを見出した。Furmidge⁸⁾は、接触線の幅に加え、水滴の滑動方向前端と後端の接触角の余弦の差(接触角ヒステリシス)が静摩擦力と相関があることを見出した。さらに近年では、ElShelbiniら⁹⁾が水滴の接触面の輪郭に働く表面張力の滑動方向成分を数値積分することで、接触線の幅の $24/\pi^3$ 倍と静摩擦力が比例することを実験的に示し、Extrand¹⁰⁾もこの結果に同意している。

任意の角度で傾斜した表面の水滴の転落速度が滑水性の評価のために重要であるという考え方もある¹¹⁾。Richardら¹²⁾やMiwaら¹³⁾は、超はっ水性表面の水滴が滑動初期から0.2秒間、重力加速度の傾斜方向成分と等加速度で滑動することを示した。一方Reyssatら¹⁴⁾はRichardら¹²⁾と同一表面において、1秒間水滴を滑動させた際にその水滴は終端速度に達することを示した。この原因についてReyssatら¹⁴⁾は空気抵抗が寄与していることを指摘しているが、水滴と固体表面間に働いているはずの動摩擦力については言及を避けている。

本研究は、傾斜面上を滑動する水滴の滑り挙動を理解するために、水滴と固体表面に働く動摩擦力に注目した。水滴と固体表面に働く静摩擦力同様、動摩擦力にも表面張力が影響していると考え、様々な体積の水滴について滑り挙動を観察し、水滴の接触線の幅が水滴に働く動摩擦力に及ぼす影響について調査した。

2. 実験

傾斜した固体表面上を滑動する水滴の変位を測定するために、Fig. 1に示す接触角計(First Ten Angstroms, Inc: FTA1000)を用いた。Fig. 2に示すように傾斜した固体表面上を滑動する水滴と固体表面との接触面の輪郭の長さ L を測定し、水滴が水平面上に静止している際と接触面の面積が一定だと仮定して接触線の幅 W を計算した。水滴の体積は5, 10, 15, 20 μ lの蒸留水(和光純薬株式会社)とし、固体表面の傾斜角 θ は $5^\circ \sim 45^\circ$ に設定した。

固体表面はシリコーンゴム(KE-17: 信越化学工業株式会社)を用いて作成されたシリコーンフィルムを使用した。シリコーンフィルムは縦26mm, 横76mm, 厚さ64 μ mのスライドガラスにバーコーターを用いてシリコーンゴムを塗布することで作成した。シリコーンフィルムの表面粗さ Ra は4.0 μ mである。

3. 運動方程式を用いた解析

3.1 界面抵抗

傾斜角 θ だけ傾斜した試料上を水滴が滑動している際の運動方程式を用いて水滴の界面抵抗を求めた。水滴が傾斜した試料上を滑動している際に加わる力は、Fig. 2に示すように重力、空気抵抗、動摩擦力のみと定義した。水滴を質点とし、水滴の回転と変形を無視できると仮定したときの運動方程式は、

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = mg \sin \theta - \gamma \frac{dx}{dt} - F \quad (1)$$

と表される。ここで、 x は水滴の変位、 m は水滴の質量、 g は重力加速度、 t は時間、 γ は空気抵抗係数、 F は動摩擦力である。

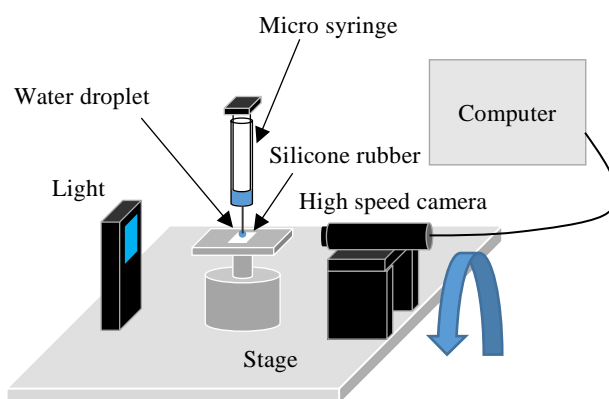


Fig. 1 Schematic of experimental apparatus. Displacement of droplet is measured.

式(1)を水滴の変位 x について積分し、式(2)を求める。

$$x(t) = -\frac{m}{\gamma} \left\{ v_0 - \frac{m}{\gamma} \left(g \sin \theta - \frac{F}{m} \right) \right\} e^{-\frac{\gamma}{m}t} + \frac{m}{\gamma} \left(g \sin \theta - \frac{F}{m} \right) t + \frac{m}{\gamma} \left\{ v_0 - \frac{m}{\gamma} \left(g \sin \theta - \frac{F}{m} \right) \right\} \quad (2)$$

ここで、 v_0 は初速度である。未知数の v_0 と F を求めるためにグラフ描画ソフト Gnuplot を用いた。Fig. 3 のように測定された試料上を滑動する液滴の変位を式(2)に最小二乗法を用いてカーブフィッティングすることで v_0 と F が得られる。

3.2 液滴の滑り速度

液滴の運動方程式の式(1)から求めた液滴の速度 v を式(3)に示す。

$$v(t) = \left\{ v_0 - \frac{m}{\gamma} \left(g \sin \theta - \frac{F}{m} \right) \right\} e^{-\frac{\gamma}{m}t} + \frac{m}{\gamma} \left(g \sin \theta - \frac{F}{m} \right) \quad (3)$$

液滴の速度 v の極限值である終端速度 V を式(4)に示す。

$$V = \lim_{t \rightarrow \infty} v(t) = \frac{m}{\gamma} \left(g \sin \theta - \frac{F}{m} \right) \quad (4)$$

本研究ではこの終端速度 V を各傾斜角度での水滴の滑り速度とする。

4. 結果

4.1 液滴の変位

各傾斜角での水滴の変位の結果を Fig. 4 に示す。傾斜角の増加とともに同一経過時間での変位は増加した。同一傾斜角で比較すると体積の増加により水滴の変位が増加する。傾斜角の増加と体積の増加により水滴の滑り速度が増加することがわかる。

4.2 動摩擦力

それぞれの水滴の体積と傾斜角に対する動摩擦力 F を計算した結果を Fig. 5 の丸で示す。実線は重力の斜面方向成分を示す。動摩擦力は重力の斜面方向成分とほぼ等しく、水滴の体積と傾斜角の増加とともに動摩擦力は増加した。

水滴の滑り速度が小さい本実験においては、空気抵抗が無視できるほど小さくかつ動摩擦力が重力の斜面方向成分とほぼ等しいため、式(1)左辺の水滴の加速度は無視できるほど小さいと考えられ、俯瞰的に見ると水滴は等速運動をしていることが示唆される。

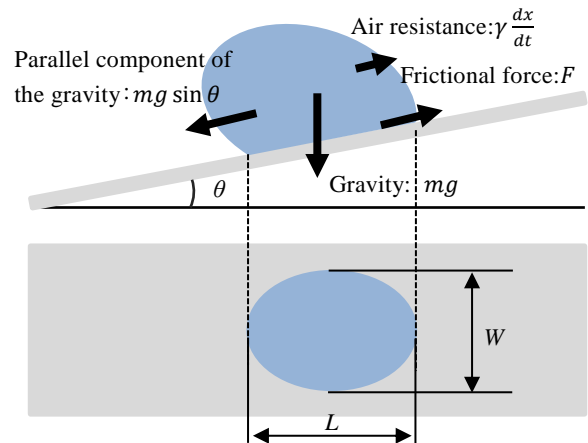


Fig. 2 Schematic depicting contact line shape and the forces acting on a droplet.

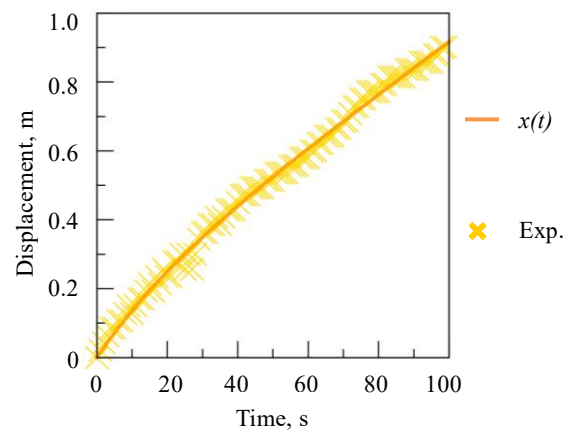


Fig. 3 Displacement of water droplet on silicone film when silicon film is inclined 18°. $x(t)$ is an approximate curve calculated by Eq. (2).

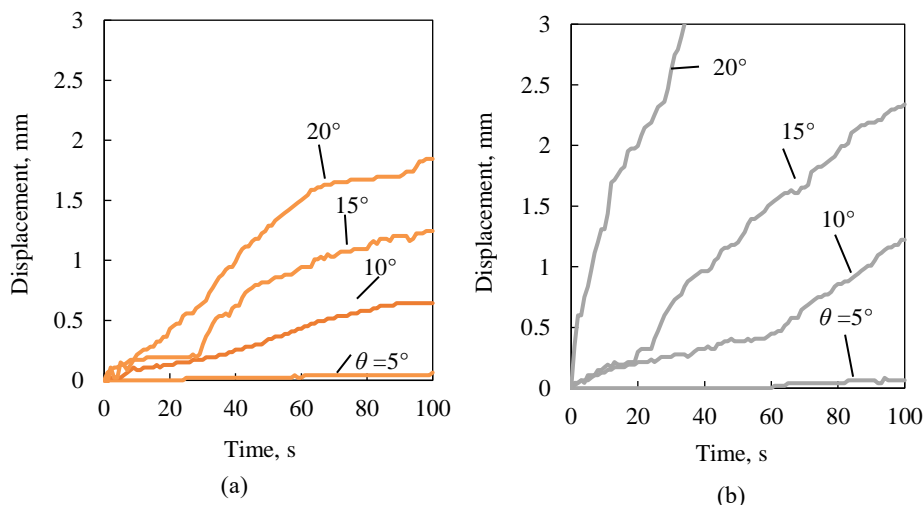


Fig. 4 Displacement of (a) 10 μ l and (b) 15 μ l water droplet on inclined silicone film as a function time.

4.3 滑り速度と界面抵抗の関係

Figure 6 に滑り速度 V と動摩擦力 F の関係を示す。滑り速度と動摩擦力には正の相関があり、動摩擦力は滑り速度の δ 乗 ($0 < \delta < 1$) に比例する。水滴と固体表面に働く動摩擦力に係る物性は、水滴の粘度と表面張力だと仮定すると、次元解析により滑り速度 V と動摩擦力 F の関係は以下の式で表せる^{15, 16)}。

$$F \propto \mu^\delta \cdot \sigma^{1-\delta} \cdot W \cdot V^\delta \quad (5)$$

ここで、 μ は水滴の粘度、 σ は水滴の表面張力、 W は接触線の幅を示す。式(5)の両辺を表面張力と接触線の幅で除することで無次元化することができる。

$$\frac{F}{\sigma W} \propto \left(\frac{\mu V}{\sigma} \right)^\delta \quad (6)$$

式(6)の右辺は粘性力と表面張力の比であるキャピラリー数 Ca であり、界面抵抗 F は重力の斜面方向成分であるため左辺は重力と表面張力の比であるボンド数 Bo である。よって式(6)をキャピラリー数とボンド数の関係で表すことができる。

$$Bo \propto Ca^\delta \quad (7)$$

Figure 7 にキャピラリー数とボンド数の関係を示す。キャピラリー数とボンド数を求めるために用いた水滴の粘度と表面張力はそれぞれ $1.19 \text{ mPa} \cdot \text{s}$ 、 72.7 mN/m である¹⁷⁾。ElShelbini ら⁹⁾の述べる接触線の幅と静摩擦力の関係が動摩擦力との関係にも適用可能だと仮定すると、式(6)の左辺は $24/\pi^3$ 倍で除することが適当である。Fig. 7 に示すように水滴のキャピラリー数とボンド数の関係は式(7)の $\delta = 0.16$ の実線に近似でき、この実線の比例定数は 2.4 である。

5. 考察

はっ水斜面上の水滴の動摩擦力は滑動後、重力の斜面方向成分と同値となった。水滴の体積の増加とともに重力の斜面方向成分も増加するため、動摩擦力も増加する。傾斜面上を滑る水滴の滑り速度は小さいため、空気抵抗は動摩擦力に比べ無視できるほど小さい。傾斜角および水滴の体積の増加とともに滑り速度は増加する。滑り速度の増加とともに動摩擦力も増加するため、傾斜面上を滑動する水滴の粘性抵抗が動摩擦力の原因の一つと考えられる。式(6)より、 $\delta \rightarrow 0$ のとき表面張力が、 $\delta \rightarrow 1$ のとき粘性抵抗がそれぞれ支配的とすると、 $\delta = 0.5$ がどちらの影響が大であるかの境界と考えられる。Fig. 7 の結果から $\delta < 0.5$ であることが明らかになったため、粘性抵抗の影響は表面張力の影響に比べ小さいと考えられる。

Takahashi ら¹⁸⁾はキャピラリー数とボンド数の関係は一次関数で示されると述べており、彼らの観察から水滴が滑動している状態(Slipping mode)ではこの関数の比例定数が大きく、回転しながら転落している状態(Rolling mode)でこの関数の比例定数が小さいと述べている。Fig. 7 と式(7)から水滴が滑り出した後のキャピラリー数とボンド数は累乗関数で表されることが考えられることから、キャピラリー数の増加とともに水滴の滑動が漸次転落へと遷移していくものと推測される。Yokoi¹⁹⁾は、固体表面に水滴が衝突した際の前進接触角はキャピラリー数の $1/3$ 乗に比例することを実験的に明らかにしている。水滴の滑動方向の前端の接触角の増加は接触角ヒステリシスの増加に寄与すると考えられその結果として動摩擦力が増加すると考えられる。昨年度水滴の滑動において筆者ら¹⁶⁾は、ボンド数はキャピラリー数の 0.16 乗に比例することを報告し、本稿の結果もこの報告とおおよそ一致した。しかし、ボンド数が 0.1 より小さい範囲においてはこの近似線より小さくなる傾向が見られた。今後、水滴の滑動方向の前進接触角との関係も考慮した検討が必要である。

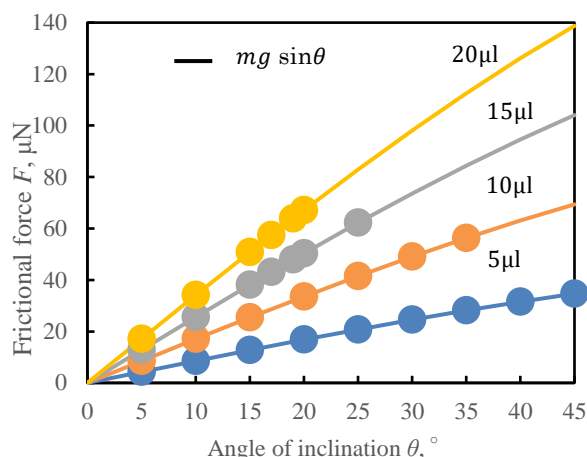


Fig. 5 The filled symbol indicates dynamic frictional force of droplet under sliding motion. The line indicates the parallel component of the gravity force.

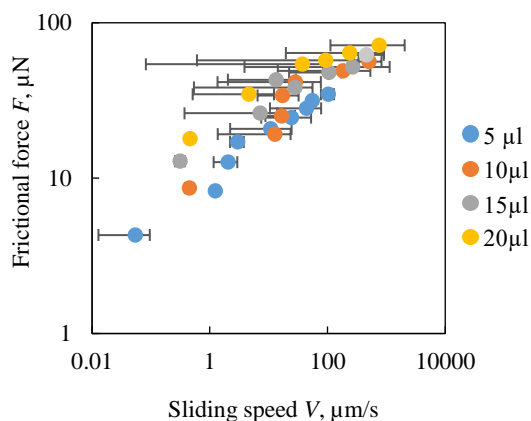


Fig. 6 Relationship between sliding speed and dynamic frictional force under sliding motion.

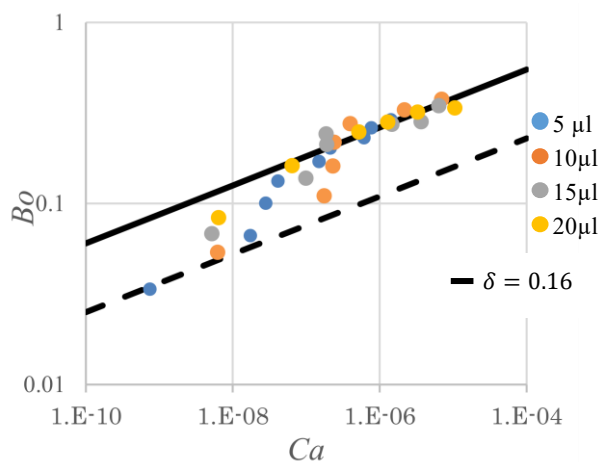


Fig. 7 Relationship between capillary number and bond number under sliding motion.

Figure 7 の破線は式(7)の比例定数が 1 である状態を示しており、実線で示す比例定数が 2.4 の状態と乖離がある。本稿では動摩擦力が表面張力と接触線の幅の $24/\pi^3$ 倍の乗算に比例すると仮定しているが、表面張力が動摩擦力に与える影響がより大きいと考えられる。あるいは本稿では式(4)から計算した終端速度 V を滑り速度と仮定しているが、実際の滑り速度はそれより大きいため、粘性抵抗が動摩擦力に与える影響がより大きいと考えられる。また前述の Yokoi¹⁹⁾はこの比例定数は固体表面に依存するとしており、固体表面が変われば接触線も滑り速度も変化するため^{12-14,20)}、式(7)の比例定数も固体表面の状態などにより変化すると考えられる。今後、接触線の定義と滑り速度の定義の仮定を見直していく必要がある。

6. おわりに

本研究では、傾斜面上を滑り落ちる水滴の滑り挙動について明らかにするために、水滴に働く動摩擦力に水滴の体積が与える影響について調査した。傾斜面上を滑動する水滴の変位の測定によって、傾斜面の傾斜角と水滴の体積、滑り速度、動摩擦力の関係を調査した。

その結果、傾斜面上の水滴の動摩擦力は重力の斜面方向成分と同値となり、傾斜角および水滴の体積の増加とともに滑り速度は増加した。滑り速度の増加とともに動摩擦力も増加するため、傾斜面上を滑動する水滴の粘性抵抗が動摩擦力の原因の一つと考えられる。さらに水滴の動摩擦力の原因が粘性抵抗と表面張力であると仮定し、キャピラリー数 Ca とボンド数 Bo の関係について考察した結果、ボンド数はキャピラリー数の累乗関数で表せることが明らかになった。またこの関数の指数 δ がおよそ $1/6$ となることが明らかになった。ただし、 $Bo < 0.1$ ではこの結果と一致せず、水滴の滑動に対し表面張力か粘性の影響する範囲が本稿の計算よりも大きいと考えられる。より詳細な調査をすることで、水滴除去性をもつ固体表面の設計に貢献できると考えられる。

文献

- 1) W. Barthlott & C. Neinhuis: Purity of the sacred lotus or escape from contamination in, or escape from contamination in biological surfaces, *Planta*, 202 (1997) 1.
- 2) S. Milles, M. Solderaa, T. Kuntzec & A. F. Lasagni: Characterization of self-cleaning properties on superhydrophobic aluminum surfaces fabricated by direct laser writing and direct laser interface patterning, *Appl. Surf. Sci.*, 524 (2020) 146518.
- 3) T. Young: An Essay on the cohesion of Fluids, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 95 (1805), 65.
- 4) R. N. Wenzel: Resistance of Solid Surfaces to Wetting by Water, *Ind. Eng. Chem.*, 28, 9 (1936) 988.
- 5) A. B. D. Cassie & S. Baxter: Wettability of Porous Surface, *Trans. Faraday Soc.*, 40 (1944) 546.
- 6) 福山: 撥水性の評価法, 表面技術, 60, 1 (2009) 21.
- 7) J. J. Bikerman: Sliding of Drops from Surfaces of Different Roughnesses, *J. Colloid Sci.*, 5, 4 (1950) 349.
- 8) C. G. L. Fumridge: Studies at phase interfaces 1. The Sliding of liquid drops on solid surface and a theory for spray retention, *J. Colloid Sci.*, 17 (1962) 309.
- 9) A.I. ElSherbini & A.M. Jacobi: Retention forces and contact angles for critical liquid drops on non-horizontal surfaces, *J. Colloid & Interface Sci.* 299 (2006) 841.
- 10) C. W. Extrand: Remodeling of Super-hydrophobic Surfaces, *Langmuir*, 32, 34 (2016) 8608.
- 11) M. Sakai, J. H. Song, N. Yoshida, S. Suzuki, Y. Kameshima & A. Nakajima: Direct observation of internal fluidity in a water droplet during sliding on hydrophobic surfaces, *Langmuir*, 22, 11 (2006) 4906.
- 12) D. Richard & D. Quere: Viscous drops rolling on a tilted non-wettable solid, *Europhys. Lett.*, 48, 3, (1999) 286.
- 13) M. Miwa, A. Nakajima, A. Fujishima, K. Hashimoto & T. Watanabe: Effects of the Surface Roughness on Sliding Angles of Water Droplets on Superhydrophobic Surfaces, *Langmuir*, 16 (2000) 5754.
- 14) M. Reyssat, D. Richard, C. Clanetab & D. Quere: Dynamical superhydrophobicity, *Faraday Discussions*, 146 (2010) 19.
- 15) 柳澤・岩下・奥村: 斜面における水滴の転落挙動の運動方程式を用いた解析, 日本機械学会 2019 年度年次大会講演論文集 (2019).
- 16) 斎藤・柳澤・岩下・奥村: 微細な表面凹凸をもつシリコンシート斜面とその上を滑り落ちる水滴間の摩擦力の解析, 日本機械学会 2020 年度年次大会講演論文集 (2020).
- 17) 国立天文台辺理科年表令和 3 年, 丸善 (2021).
- 18) H. Takahashi, Y. Higashino, M. Sakai, T. Isobe, A. Nakajima & S. Matsushita: Sliding of water-glycerol mixture droplets on hydrophobic solid-liquid bulk composites using Ti plates with a fibrous TiO₂ layer, *J. Mater. Sci.*, 53 (2018) 1157.
- 19) K. Yokoi: Numerical studies of droplet splashing on a dry surface: triggering a splash with the dynamic contact angle, *Soft Matter*, 11, 7, (2011) 5120.
- 20) K. Yanagisawa, R. Goto, C. Saito, Y. Gomi & H. Taura, Evaluation for Sliding Behavior of Water Droplets on Surface of VGCF Compositated Silicone Sheet, *Transactions on GIGAKU*, 7, 1 (2020) 07005-1.