

マクロな物体形状の設計による静摩擦係数の制御

Control of Static Friction Coefficient by Designing Geometry of Macroscopic Object

阪大・基礎工（学）*岩下 航 青学大・理工（正）松川 宏 阪大・基礎工（非）大槻 道夫

Wataru Iwashita*, Hiroshi Matsukawa**, Michio Otsuki*

*Osaka University, **Aoyama Gakuin University

1. はじめに

せん断力が最大静摩擦力を超えたとき、固体は滑り出す。摩擦がアモントン則に従う場合、最大静摩擦力と荷重の比で表される静摩擦係数は荷重や見かけの接触面積に依存しない。これは、静摩擦係数が圧力や物体のサイズ、形状に依らないことを意味する。アモントン則は、接触する2つの物体の表面のアスペリティが接触する真実接触点の形成とそこでの凝着によって説明できる。しかしながら、そこでは応力場などの一様性が暗に仮定されているため、接触面のサイズがある程度大きくひずみや応力の非一様性が無視できない場合にアモントン則は適用できないことが、近年の研究の理論解析や実験によって明らかになった^{1,2)}。非一様な応力によってバルク滑りの前に局所的に発生する前駆滑りについて解析をすることによって、剛体基板上の滑り方向の長さ L 、高さ H の直方体の粘弾性ブロックを押したときの最大静摩擦係数 μ_M について、外部圧力 P_{ext} 、局所静摩擦係数 μ_S 、局所動摩擦係数 μ_K を用いて

$$\mu_M - \mu_K \propto (\mu_S - \mu_K)^{\frac{2}{3}} (P_{\text{ext}} H)^{-\frac{1}{3}} \left(\frac{L}{H}\right)^{-\frac{2}{3}} \quad (1)$$

という関係式が求められる（ L/H がおおよそ2以下の場合に成立する）¹⁾。これは、アスペクト比といったバルクの物体形状の設計によって静摩擦係数を制御できることを示す。

物体形状による摩擦の制御は、主に摩擦界面の形状・パターンの最適化として、靴底やタイヤの設計などでも既に実用化されている。また、近年の研究では、実験やバネ-ブロックモデルの数値計算で、摩擦界面のマクロな幾何パターンによって摩擦係数が変化することが示され³⁻⁵⁾、前駆滑りとの関連も示唆されている。しかし、それらはある種の経験則による制御に限定されており、理論的な理解は未だになされていない。

式(1)は直方体ブロックの物体形状によって静摩擦係数が制御できることを示しているが、摩擦界面のマクロな凹凸についても、例えば各凸部を独立のブロックとして考えることができれば、式(1)を適用できる。よって、今回、理論的に導出された式(1)を基に物体形状を設計し静摩擦係数を制御することを目指し、有限要素法（FEM）によって剛体基板上の3次元粘弾性体の滑り運動の数値計算を行い、様々な形状の物体の静摩擦係数を調べた。前述のバネ-ブロックモデルを用いた研究^{4,5)}では凹凸の溝の深さが無視されていたが、本研究の3次元FEM計算ではそれを考慮することができるため、溝の深さにも着目して調査した。

2. 3次元FEMによる数値計算

2.1 設定

Figure 1 に示したような底面に溝のある剛体基板上の粘弾性ブロックを考える。滑り方向の長さを L 、幅を W 、高さを H 、溝がないときの摩擦界面の面積を $A_0 \equiv LW$ 、ヤング率を E とし、ブロックの上面には一様圧力 P_{ext} を加える。今回は摩擦界面の溝を y 方向に一様に設けた。摩擦界面の凸部の数を n_x 、幅を l_x 、凸部の接触面積を $A_1 \equiv n_x l_x L$ 、溝の深さを d として、凸部を等間隔に配置した。各凸部が独立のブロックとしてみなせれば、 L はそのままに A_1 を減らすことによって、各凸部にかかる圧力を大きくできるため、式(1)より最大静摩擦係数 μ_M は減少することが予想される。

時間 $t = 0$ で側面の中心を剛体棒で y 方向に十分小さい一定速度 V_{rod} で押し始める。内部応力はフックの法則に従う弾性応力とひずみ速度に比例する粘性応力の和で与える。ブロックの底面と基板の間には摩擦を与える。底面の点 (x, y) での局所的な摩擦応力の向きは、そこでの内部応力ベクトルの逆向きで与え、大きさ $\sigma^{(\text{frie})}(x, y)$ は、アモントン則が成り立つと仮定して

$$\sigma^{(\text{frie})}(x, y) = \mu(v(x, y)) p(x, y) \quad (2)$$

で与える。ここで、 p は底面圧力、 $\mu(v)$ は滑り速度 v に依存した速度弱化的摩擦係数である。 $\mu(v)$ は、静止時には局所静摩擦係数 μ_S に一致し、滑り速度とともに局所動摩擦係数 μ_K に向かって単調に減少する。このような局所的なアモントン則の成立は、注目している界面において、内部応力の変化が無視できる領域内に十分多数の真実接触点が含まれる場合に期待できる。

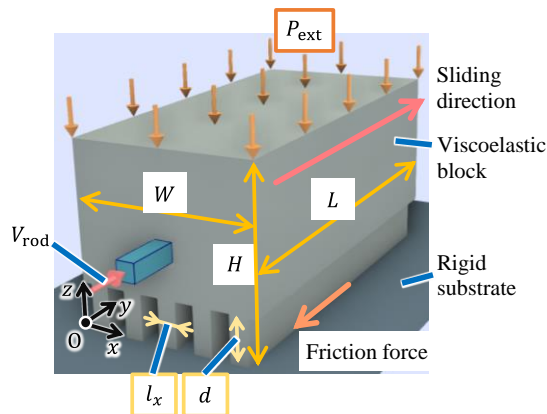


Fig. 1 Schematic of a 3D viscoelastic block with $L/H = 2$, $W/H = 1$, $n_x = 5$, $l_x/W = 1/10$, and $d/H = 1/4$ on a fixed rigid substrate.

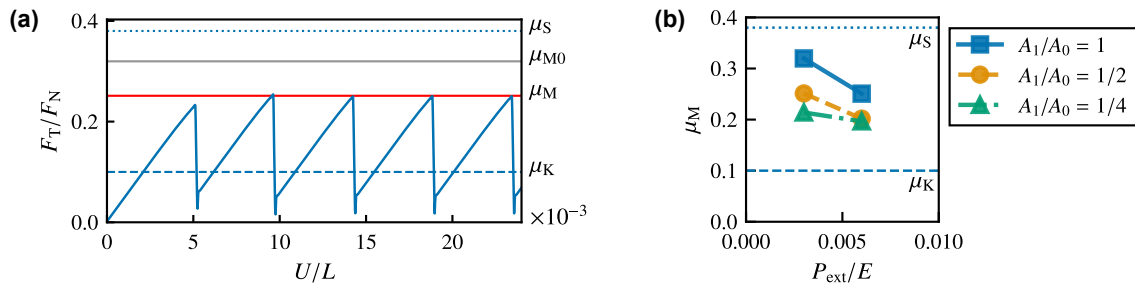


Fig. 2 (a) The ratio of the friction force to the loading force F_T/F_N as a function of the displacement of the rigid rod U for $A_1/A_0 = 1/2$, $d/H = 1/4$, and $P_{ext}/E = 0.003$. The red and gray horizontal lines respectively represent the macroscopic static friction coefficient μ_M and that for the block without groove μ_{M0} . (b) The dependence of μ_M on P_{ext} for 3 values of apparent contact area A_1/A_0 . The dotted and dashed lines respectively represent μ_S and μ_K .

2.2 結果

以下では $L/H = 2$, $W/H = 1$, $n_x = 5$ の結果を示す. $A_1/A_0 = 1$ の結果は摩擦界面の凹凸がない場合の結果である. 摩擦力 F_T と荷重 $F_N \equiv P_{ext}A_0$ の比の剛体棒の移動距離 $U(t) \equiv V_{rod} t$ に対する変化を Fig. 2 (a) に示した. F_T/F_N は周期的な増減を繰り返しており, 粘弾性ブロックがスティック-スリップ運動をしていることが分かる. F_T/F_N の最大値をマクロの静摩擦係数 μ_M と定義すると, 摩擦界面の凹凸がない場合のマクロの静摩擦係数 μ_{M0} よりも μ_M が減少している. 同様の結果は ref. 4 でも示されているが, その変化は非常に小さい.

溝深さを $d/H = 1/4$ に固定したときの各パラメータでの μ_M を Fig. 2(b) に示した. μ_M は外部圧力 P_{ext} の減少関数であり, 式(1)と一致している. さらに μ_M は A_1 の増加関数であり, 前節で予想したように, A_1 を減少させて凸部にかかる圧力を増加させることで μ_M を減少させることができた. また, これらの結果ではバルク滑りの前に起こる前駆滑りについて, 前駆滑りの面積は臨界面積に達したときに急激に拡大しバルク滑りに達することが確認された. その臨界面積とともに μ_M が変化しており, これは先行研究^{1,2)}とも一致している.

次に, $A_1/A_0 = 1/2$, $P_{ext}/E = 0.003$ における μ_M の溝深さ d 依存性を Fig. 3 に示した. μ_M は d の減少関数であることが分かる. d/H が小さいとき, μ_M は摩擦界面の凹凸がない場合の値 μ_{M0} とほとんど一致しており, 凹凸による影響が小さいことが分かる. d/H が大きくなるにつれて凹凸による影響が大きくなり, μ_M は μ_{M0} から減少する. d/H が小さいとき, 各凸部の滑りは隣の凸部の滑りに依存し, 各凸部を独立なブロックとみなせず, バルクの変形は摩擦界面の凹凸がない場合とほとんど変わらないため, μ_M は μ_{M0} とほとんど一致すると考えられる. 一方, d/H が大きくなるにつれて, 各凸部を独立なブロックとみなすことができるようになり, 各凸部に対して式(1)を適用できるようになるため, μ_M は μ_{M0} から減少すると考えられる.

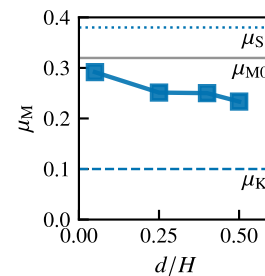


Fig. 3 The dependence of μ_M on d for $A_1/A_0 = 1/2$ and $P_{ext}/E = 0.003$. The gray horizontal line represents μ_{M0} . The dotted and dashed lines respectively represent μ_S and μ_K .

3. おわりに

本研究では, 先行研究の解析¹⁾を基にマクロな物体形状の設計によってマクロの静摩擦係数を制御することを目指した. 3次元FEMによる数値計算によって滑り方向に一樣な摩擦界面に凹凸をつけたときの運動を調べ, 凸部の接触面積の減少によってマクロの静摩擦係数 μ_M が減少することを示した. また, μ_M の溝の深さ依存性も示され, 溝の深さも静摩擦係数の制御のための重要なパラメータであることが明らかになった. 今後, 本研究の3次元FEMによって様々な物体形状について調べることで, さらなる摩擦係数の物体形状依存性への理解や応用が期待される.

文献

- 1) M. Otsuki & H. Matsukawa: Systematic Breakdown of Amontons' Law of Friction for an Elastic Object Locally Obeying Amontons' Law, Sci. Rep., 3 (2013) 1586.
- 2) Y. Katano, K. Nakano, M. Otsuki & H. Matsukawa: Novel Friction Law for the Static Friction Force based on Local Precursor Slipping, Sci. Rep., 4 (2014) 6324.
- 3) S. Maegawa, F. Itoigawa & T. Nakamura: Effect of Surface Grooves on Kinetic Friction of a Rubber Slider, Tribol. Int., 102 (2016) 326.
- 4) G. Costagliola, F. Bosia & N. M. Pugno: A 2-D Model for Friction of Complex Anisotropic Surfaces, J. Mech. Phys. Solids, 112 (2018) 50.
- 5) G. Costagliola, F. Bosia & N. M. Pugno: Correlation between Slip Precursors and Topological Length Scales at the Onset of Frictional Sliding, Int. J. Solids Struct., 243 (2022) 111525.