

## 固体の粘弾性に由来する滑り摩擦系の不安定性

### Instability in sliding systems due to the viscoelasticity of solids

横国大(学)※渡辺 稔紀, (正)中野 健

Toshiki Watanabe<sup>1</sup>, Ken Nakano<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Yokohama National University

#### 1. 緒言

機械製品において、系の不安定化による摩擦振動は、製品開発における主要な問題の一つである。また、自然災害である地震を地球規模の系の不安定化と捉えれば、プレート間のスティックスリップとしてその発生機構を説明しうる。このように、多様な状況下において、摩擦系の安定化が望まれている。摩擦系を支配する摩擦力は、二種類に大別できる。引力由来の摩擦力と、斥力由来の摩擦力である。一般に摩擦を考慮した動力学問題は、明示的な摩擦則(クーロン則、速度依存則、速度状態依存則など)の下で解かれている。これらの摩擦則は、摩擦の起源を区別せず、経験的に得た法則なので、動力学解析の結果を材料設計に反映することが難しい。そこで、本研究では、あらゆる固体が持つ性質である「粘弾性」に着目し、明示的な摩擦則を用いることなく、粘弾性に由来する「摩擦の斥力モデル」により、滑り摩擦系の不安定性を考察した。

#### 2. 方法

固体の粘弾性を表現するモデルとして、等間隔に並んだレオロジー要素で構成される「粘弾性ファンデーションモデル」を用いた(図1左)[1]。円柱状の剛体圧子(半径:  $R$ 、荷重:  $W$ )が粘弾性ファンデーションと接触し、粘弾性ファンデーションが  $x$  軸正方向に駆動速度  $V$  で並進運動する。剛体圧子は、 $x$  方向には水平ばね(剛性:  $K_x$ )で支持され、 $z$  方向には自由に運動できる。レオロジーモデルには、ばねとダンパーを並列に繋いだ Kelvin-Voigt モデル(剛性:  $K$ 、粘性:  $C$ )を用いた(図1右)。レオロジー要素は、鉛直方向のみに変形して、接触面に対して垂直な斥力を圧子に伝える。その斥力は圧子の前縁側と後縁側で非対称となり、相対運動を妨げる方向に合力(摩擦力)が生じる。圧子はファンデーションからの斥力と水平ばねの復元力を受けて、2 自由度( $x$  と  $z$ )で運動をする。圧子の運動方程式( $x$  と  $z$ )は、それぞれ次のように表される。

$$M\ddot{x} = F_{x\text{FND}} - K_x x \quad (1)$$

$$M\ddot{z} = F_{z\text{FND}} - Mg \quad (2)$$

ただし、 $F_{x\text{FND}}$  と  $F_{z\text{FND}}$  は、ファンデーションから圧子に伝わる合力の  $x$  成分と  $z$  成分であり、どちらも 3 変数( $x$ ,  $z$ ,  $\dot{z}$ )に依存する非線形項である。時刻ごとに  $F_{x\text{FND}}$  と  $F_{z\text{FND}}$  を計算し、式(1)と(2)の運動方程式より、圧子の位置の時間変化を数値計算により求めた。

#### 3. 結果および考察

数値計算の結果として、安定な減衰振動波形から不安定な鋸歯状波形まで、多様な波形が現れた。スティックスリップ型の代表例を図2に示す。同図は、圧子の位置(最下点 A)の時間変化を示す。同図より、圧子が滑り始めるタイミングで圧子の浮上が生じていることがわかる。したがって、圧子の浮上が系を不安定化する要因の一つと考えられる。

系の安定化条件を詳細に調べるために、運動方程式を線形化して、安定性を表す減衰比の最小値  $\xi_{\min}^*$  を求めた。固体の弾性が十分に大きい条件では、二つの無次元量とレオロジー要素の時定数  $\tau$  ( $= C/K$ )を用いて、安定性マップをまとめることができた。その結果を図3に示す。同図は、横軸が  $\xi = V\tau(K/RW)^{1/3}$ 、縦軸が  $\eta = (RK_x/W)^{1/2}$  である。青色の領域は減衰比が正(安定)、赤色の領域は減衰比が負(不安定)の領域である。先行研究[1]の結果を利用すると、圧子が浮上する条件は、 $\xi > 1.53$  となる。これは不安定領域の境界線 L1 に対応する。L1 の右側のみに不安定領域が存在することから、圧子の浮上が系の不安定化の必要条件と言える。また、三つの安定性マップを比較すると、レオロジー要素の時定数に依存して、各領域の概形が変化することがわかる。これは、 $\eta = 1$ (境界線 L2)を境として、上下の領域に分割して説明できる。まず、 $\eta > 1$  の領域では、時定数を大きくすると、安定領域が広がる。一方、 $\eta < 1$  の領域では、時定数を大きくすると、強い不安定性を示す領域が広がる。したがって、各領域に及ぼすレオロジーモデルの時定数(ファンデーションの粘性)の影響は、 $\eta$  の値に応じて反転する。つまり、一般に粘性力は系を安定化させると考えられているが、接触する固体の物性としての粘性は、場合によっては系を不安定化させることもあることを意味している。

本稿の応用として、同様のモデルで表される実験系を安定化させることを考えると、安定性マップ上の安定領域に該当する条件で系を稼働させれば良い。ここで図3の軸に再度注目すると、横軸は圧子とファンデーションのパラメータのみ、縦軸は圧子と水平ばねのパラメータのみで構成されることから、横軸  $\xi$  を「材料設計パラメータ」、縦軸  $\eta$  を「機械設計パラメータ」と見做せる。したがって、変更可能なパラメータに応じて横方向と縦方向の安定領域を目指すことで、系を安定化させることができる。

#### 4. 結言

本研究では、固体の粘弾性に由来する摩擦の斥力モデルにより、滑り摩擦系の不安定性を考察した。その結果、接触する固体の粘性は、場合によっては不安定化を引き起こす原因となることがわかった。また、無次元量でまとめた安定性マップを用いて、系の安定化に向けた設計指針を提案した。

#### 謝辞

本研究は CREST (JPMJCR2193) と科研費 (21H01236) の助成を受けて実施した。

#### 文献

- [1] K. Nakano, M. Kono, Transient and steady sliding friction of elastomers: impact of vertical lift, *Frontiers in Mechanical Engineering*, 6, 38 (2020).

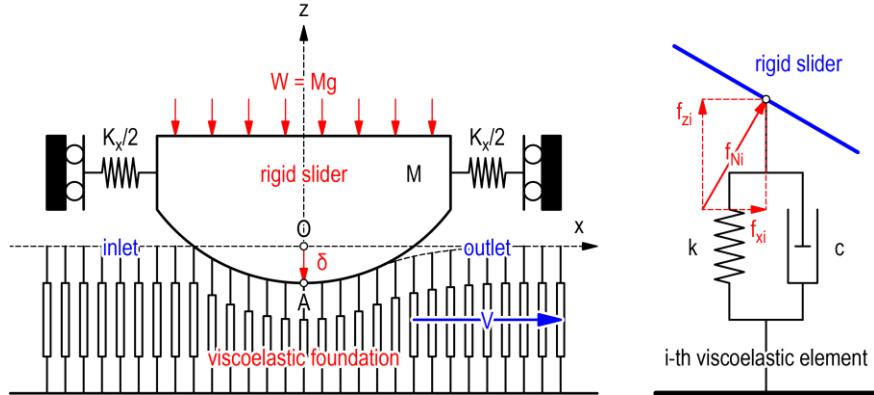


図 1 粘弾性ファンデーションモデル(左:全体図, 右:Kelvin-Voigt モデル)

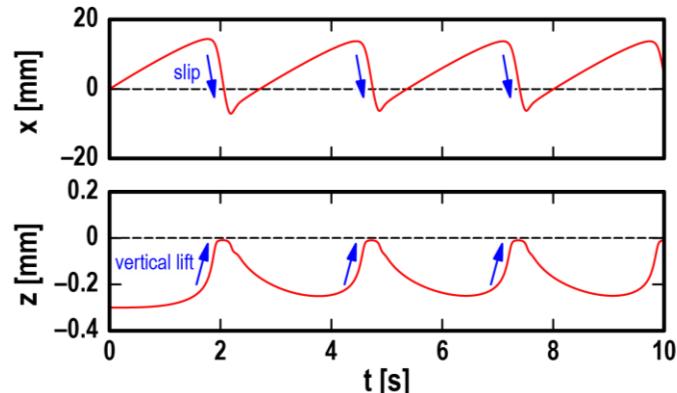


図 2 圧子の位置(最下点 A)の時間変化( $K_x = 10^5$  N/m<sup>2</sup>,  $K = 10^{10}$  N/m<sup>3</sup>,  $\tau = 1$  s,  $V = 0.01$  m/s)

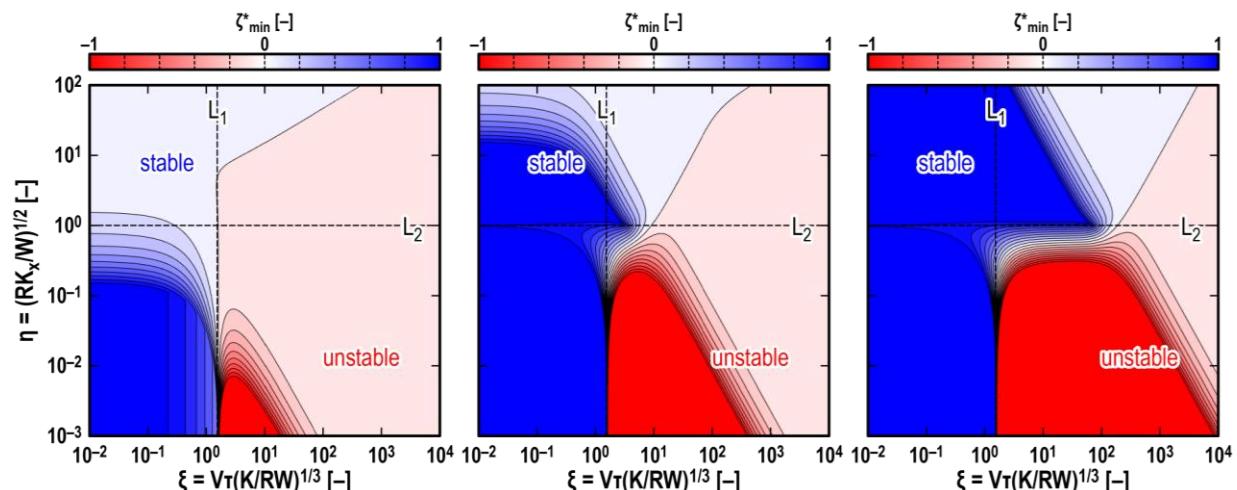


図 3 安定性マップ(左:  $\tau = 10^{-2}$  s, 中:  $\tau = 10^0$  s, 右:  $\tau = 10^2$  s)