

# 狭小化により高粘度化特性をもつ薄膜の潤滑方程式と微小傾斜平面軸受の特性

## Modified Reynolds Equation for Confined High Viscosity Film Lubrication and Lubrication Analysis of Micro-Tapered Pad Bearing

東工大OB(正) 小野 京右

Kyosuke Ono: Tokyo Institute of Technology (OB)

### 1. はじめに

近年、高分子添加剤による10ナノメートル以上の領域のEHL膜の増加<sup>1)</sup>、なじみ処理による微小テクスチャの高負荷容量・超低摩擦化、流体潤滑化<sup>2)</sup>、各種添加剤による往復動エンジンの潤滑特性の向上<sup>3)</sup>などが報告され、特に脱炭素、省資源・省エネの観点からエンジンオイルの各種添加剤に関する研究が盛んである<sup>4,5)</sup>。一方、共振形表面力測定装置により各種添加剤によるエンジンオイルの等価粘度特性が測定されている<sup>6,7)</sup>。そこで筆者は、柴崎ら<sup>6)</sup>によって明らかにされた等価粘度特性を固体壁面で飽和特性をもつ粘度関数で表わし、添加剤付きエンジンオイルに対する粘度特性を考慮する潤滑方程式の定式化し、低速時における高負荷容量、低摩擦係数特性の可能性を示した<sup>8)</sup>。更に任意の粘度関数を軸受面の片側ないし両側に有する潤滑膜の修正レイノルズ方程式を定式化し、柴崎らの実測値に近い等価粘度をもつ場合の負荷容量、摩擦係数などを明らかにした。しかし柴崎ら<sup>6)</sup>、田村ら<sup>7)</sup>によって計測された金属系分散剤、MoDTC等を含むエンジンオイルの等価粘度は、膜厚さ200nm近傍でバルク粘度から急激に増加しており、これは潤滑膜が狭小化されることにより即時に高粘度化が生じているためと推察される。また金属系分散剤はミセル化ナノ粒子の凝集による固体化効果があり、粒子間の接触による摩擦効果が等価粘度急増の要因になっていると予想される。そこで本研究では、高粘度表面層が常に表面に形成されているのではなく、まず狭小化により生じると仮定した場合の粘度関数の数学的表現を提案し、次にこれを組み込んだ修正レイノルズ方程式を定式化する。続いてこれを用いて微小な傾斜平面軸受の軸受特性を解析し、常時高粘度表面層が存在するとしたときの軸受特性と比較する。その結果負荷容量は顕著に低下し、また摩擦係数はすきまが小さい領域で実際に近い大きな極大値を呈することを明らかにしたので以下に報告する。

### 2. 狹小化によって生じる高粘度化層の数学的表現

軸受すきまを狭小化することによって高粘度効果が発現するようするために基礎粘度関数 $r_\mu(z)$ を式(1)のように、すきま $H = h/z_c$ に関するシグモイド関数で変化させることを考える。

$$\mu(z, H)/\mu_b = 1 + \frac{r_\mu(z) - 1}{\{1 + \exp[a(H - b)]\}} \quad (1)$$

図1は $r_\mu(z) = 500$ の一定値としたとき、 $a = 5.6, 8, 12, b = 0.7, 1.0, 1.5$ と変化させた場合の $\mu/\mu_b$ の変化である。粘度比 $\mu/\mu_b$ は軸受すきま $H$ と膜位置 $z$ の関数である $r_\mu(z)$ の関数であるが、 $r_\mu(z) = 500$ の一定値だとしても、すきま $H$ に強く支配され粘度関数に変換される。例えば $a = 5.6, b = 1$ の場合には $h = 3z_c (H = 3), 2z_c (H = 2), z_c (H = 1)$ ではそれぞれ $\mu/\mu_b = 1, 3, 250 (0 \leq z \leq h)$ となる。

そこで $r_\mu(z)$ として前報で議論した飽和粘度関数の片面モデル式

$$r_\mu(z) = \mu_z / \mu_b = \left\{ r_0 + (z/z_c)^N \right\} / \left\{ 1 + (z/z_c)^N \right\} (0 \leq z \leq h, r_0 = \mu_0 / \mu_b) \quad (2)$$

と両面モデル式

$$\begin{aligned} r_\mu &= \mu_z / \mu_b = \left\{ r_0 + (z/z_c)^N \right\} / \left\{ 1 + (z/z_c)^N \right\} (0 \leq z \leq h/2), \\ &= \left[ r_0 + \{(h-z)/z_c\}^N \right] / \left[ 1 + \{(h-z)/z_c\}^N \right] (h/2 \leq z \leq h) \end{aligned} \quad (3)$$

を用いる。

柴崎ら<sup>6)</sup>、田村ら<sup>7)</sup>のエンジンオイルの測定結果から、平行すきま $h$ のときの平均粘度である等価粘度は $\mu_{eq}/\mu_b = 500 (h=0), 2\sim3 (h=200\text{nm})$ で $z_c = 100\text{nm}$ 程度と推定される。そこで式(2)、(3)で $r_0 = 500, z_c = 100\text{nm}, Z_c = z_c, 2z_c$ を用い、 $a = 8, b = 1.3$ としたときの片面モデルと両面モデルにおける次数 $N = 8$ の基礎粘度関数、シグモイド関数で変換された粘度関数、等価粘度をそれぞれ、図2(a)および(b)に示す。青線が $N = 8$ の基礎粘度関数(2)または(3)、黒細線がシグモイド関数で変換された粘度関数(1)、黒太線が平行すきまの等価粘度である。まず図2(a)の片面モデルにおいて、青細線は $Z_c = z_c$ の場合、青太線は $Z_c = 2z_c$ の場合の基礎粘度関数 $r_\mu$ である。これらがシグモイド関数で変換された粘度関数 $\mu/\mu_b$

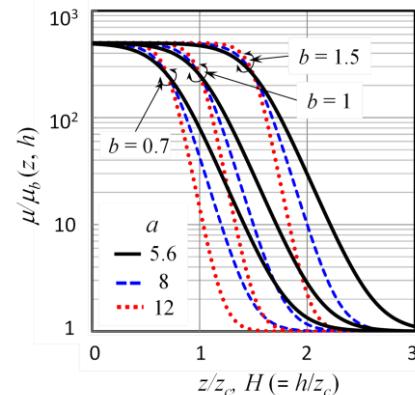


Fig. 1 Sigmoid function with respect to  $H (=h/z_c)$

はそれぞれ  $z/z_c$  が 0.8 を超えると急激に低下する場合と  $z/z_c$  が 1 以上に伸びる場合になる。これらの粘度関数による等価粘度  $\mu_{ef}/\mu_b$  はそれぞれ黒細線と黒太線で示す曲線になる。一方、図 2(b)に示す両面モデルでは、青細線が軸受すきま  $h$  を与えたときの基礎粘度関数  $r_\mu$  で、黒細線は  $r_\mu$  をシグモイド関数により変換した粘度関数  $\mu/\mu_b$  である。更にこの粘度関数による等価粘度  $\mu_{ef}/\mu_b$  が黒太線である。図 2(a)と(b)の比較から、 $Z_c = 2z_c$  のときの片面モデルによる等価粘度  $\mu_{ef}/\mu_b$  は両面モデルのそれとよく一致している。この図から分かるように、シグモイド関数による粘度関数  $\mu/\mu_b$  は軸受すきま  $h$  の減少と共に  $z \leq h$  の領域で増加しており、狭小化に伴って生じていることが分かる。なお、図 2 は基礎粘度関数の次数が  $N = 8$  の場合であるが、 $N$  を変化させても狭小化粘度関数はあまり変化せず、シグモイド関数の諸元  $a, b$  で支配されるようである。

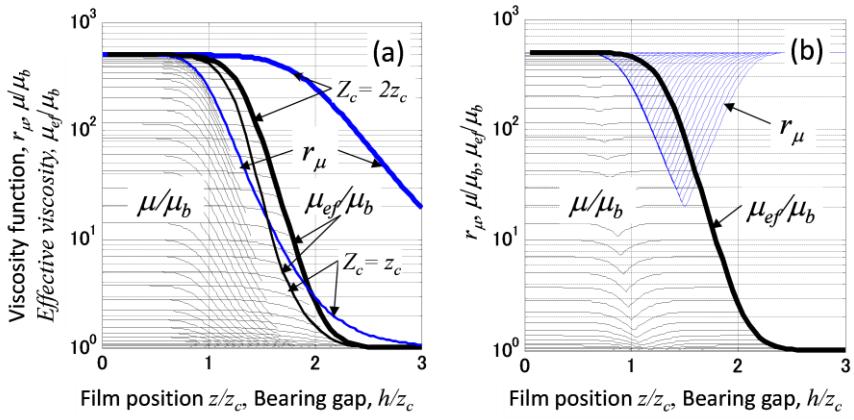


Fig. 1 Basic viscosity function  $r_\mu$  confined viscosity function  $\mu/\mu_b$ , effective viscosity function  $\mu_{ef}/\mu_b$  vs.  $z/z_c$  and  $h/z_c$ . (a) One-side model at  $Z_c = z_c$  and  $2z_c$  (b) Two-side model ( $N = 8$ ,  $z_c = 100$  nm,  $r_\rho = 500$ ,  $a = 8$ ,  $b = 1.3$ )

### 3. 狹小化粘度関数に基づく修正レイノルズ方程式と傾斜平面軸受の特性解析

#### 3.1 修正レイノルズ方程式とその解法

図 3 に解析する傾斜平面軸受の解析モデルと座標系を示す。この軸受座標系において、上記の狭小化粘度関数を用いる修正レイノルズ方程式は、片面モデル、両面モデルにおいて、すでに前報で定式化している。ここでは両面モデルの一次元レイノルズ方程式とその流量係数、流動速度を求める式を記す。

$$\frac{d}{dx} \left\{ Q_{p2}(h) \frac{dp}{dx} \right\} = \mu_b U \frac{dQ_{s2}(h)}{dx} \quad (4)$$

$$Q_{p2}(h) = \frac{h^2}{2} f_{11}(h/2) - f_{13}(h/2) - f_{23}(h), \quad Q_{s2}(h) = \frac{h}{2} \quad (5)$$

$$u_1(z) = \frac{1}{\mu_b} \frac{dp}{dx} u_{p21} + U u_{s21} \quad (0 \leq z \leq h/2), \quad u_2(z) = \frac{1}{\mu_b} \frac{dp}{dx} u_{p22} + U u_{s22} \quad (h/2 \leq z \leq h) \quad (6, 7)$$

$$u_{p21} = f_{12}(z) - \frac{h}{2} f_{11}(z), u_{s21} = 1 - \frac{f_{11}(z)}{2f_{21}(h)} \quad (8, 9)$$

$$f_{11}(z) = \int_0^z \frac{\mu_b}{\mu_z} dz, \quad f_{12}(z) = \int_0^z \frac{\mu_b z}{\mu_z} dz, \quad f_{21}(z) = \int_{h/2}^z \frac{\mu_b}{\mu_z} dz, \quad f_{22}(z) = \int_{h/2}^z \frac{\mu_b z}{\mu_z} dz \quad (10a, b, c, d)$$

$$f_{13}(h/2) = \int_0^{h/2} \frac{\mu_b z^2}{\mu_z} dz, \quad f_{23}(h) = \int_{h/2}^h \frac{\mu_b z^2}{\mu_z} dz \quad (10e, f)$$

まず、式(10a, b, c, d, e, f) に式(1)の  $\mu_z/\mu_b$  代入して  $f_{ij}$  を計算する。 $f_{11}, f_{12}, f_{13}$  の計算には、両面モデルの基礎粘度関数式(2) ( $0 \leq z \leq h/2$ )を代入したときの狭小化粘度関数式(1)を用い、 $f_{21}, f_{22}, f_{23}$  の計算には式(3) ( $0 \leq z \leq h/2$ )を式(1)に代入したときの式(1)の  $\mu/\mu_b$  を用いて計算する。

レイノルズ方程式の解法は、軸受長さ方向の  $x$  座標を 200 等分割し、各離散点位置の軸受すきまを 100 等分割して式(10a, b, c, d, e, f)の諸量を数値積分により求めた。また式(4)を各離散位置  $x_i$  の圧力  $p_i$  に関する代数方程式に変換し、軸受両端の圧力をゼロとする境界条件を用いて解いた。

以下の計算で用いた諸元は、軸受長さ  $L = 250 \mu\text{m}$ 、傾斜角  $\theta = 0.001 \text{ rad}$ 、固体壁面の粘度とバルク粘度の比  $r_0 = \mu_0/\mu_b = 500$ 、基礎粘度関数の飽和高粘度層厚さ  $z_c = 100 \text{ nm}$ 、次数  $N = 8$ 、シグモイド関数の諸元  $a = 8, b =$

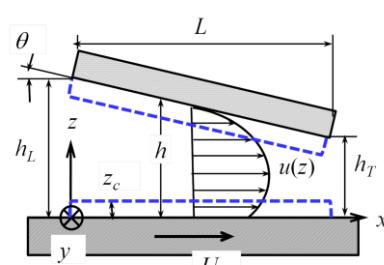


Fig. 3 Coordinate system and tapered pad bearing model for lubrication analysis

1.3, 滑り速度  $U = 0.1$  m/s, 潤滑油のバルク粘度  $\mu_b = 0.01$  Pa·s である。

### 3.2 流動速度と流量の計算例

まず、式(6), (7)で与えられる圧力流れの速度分布  $u_{p2}$  とせん断速度分布  $u_{s2}$  をそれぞれ図 4(a), (b)に黒線で示す。軸受すきまを  $h = 10, 20, \dots, 300$  nm と変化させたときの膜位置  $z$  に関する速度分布である。青破線は図 1(a) の片面モデルの  $Z_c = 2z_c$  のとき狭小化粘度関数による速度分布  $u_{p1}, u_{s1}$  である。図 1 より、 $h > 250$  nm では狭小化粘度は片面モデル、両面モデルともバルク粘度に等しく、 $h < 150$  nm ではすきま内の高い粘度は両者が等しくなるので速度分布も等しくなる。

### 3.3 負荷容量、平均面圧および摩擦係数

図 5(a), (b), (c) は上記の諸元と条件下における狭小化高粘度層による負荷容量  $W$ 、平均面圧  $P_m = W/L$ 、運動面の摩擦係数  $f_{c0}$  を、前報まで議論してきた固体面に高粘度表面層が常に形成されている固着高粘度層の場合および等粘度膜の場合と比較的に示している。固着高粘度表面層の場合の固体面の粘度増加率は狭小化高粘度層と同じ  $r_0 = 500$  で、等価粘度特性が実際値<sup>6)</sup> および狭小化粘度層の場合に近くなるように、基礎粘度関数の諸元は前報<sup>9)</sup>と同様に  $N = 12$ ,  $z_c = 50$  nm としている。黒実線が両面モデル、青破線が片面モデルの計算結果である。

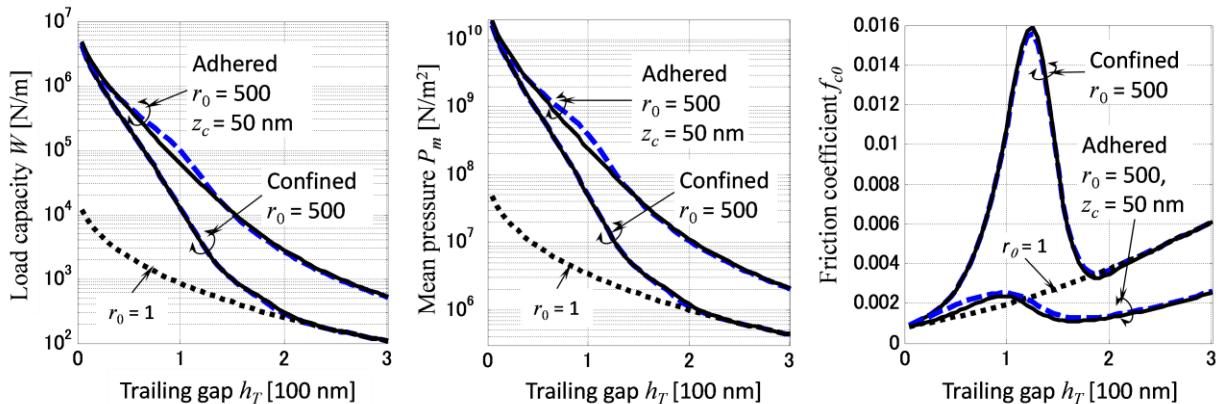


Fig. 5 (a) Load capacity  $W$ , (b) mean pressure  $P_m$ , and (c) friction coefficient on moving surface  $f_{c0}$  for confined high viscosity layer of  $r_0 = 500$  and  $z_c = 100$  nm in comparison with adhered layer of  $r_0 = 500$ ,  $N = 12$ , and  $z_c = 50$  nm and bulk film ( $r_0 = 1$ ) when bearing length  $L = 250$   $\mu\text{m}$ , inclined angle  $\theta = 0.001$ ,  $U = 0.1$  m/s,  $r_0 = 500$ , and  $\mu_b = 0.01$  Pa·s.

図 5(a)から、狭小化高粘度層の場合には、 $h_T = 200$  nm から等粘度膜の場合に比べて増加し始め、 $h_T = 150, 100, 50$  nm でそれぞれ、2, 15, 100, 200 倍となる。これらの中は固着高粘度層の場合に比べて、それぞれ約 0.1, 0.2, 0.5, 0.6 倍と小さい。これから狭小化高粘度層を固着高粘度化層と見なすと  $h_T > z_c$  (100 nm) の領域で過剰評価されるといえる。図 5(b) から、平均面圧は  $h_T < 120$  nm の領域では 10 MPa 以上となる。測定結果<sup>6)</sup>によれば、高粘度層の固体化による弾性特性は数 MPa なので、 $U = 0.1$  m/s においても粘性による潤滑効果が支配的であると考えられる。

図 5(c)の  $f_{c0}$  の特性を見ると、狭小化層の場合には  $h_T = 180$  nm 以下で急激に増加し、 $h_T = 125$  nm 近傍で等粘度の場合に比べ約 6 倍の極大値を示している。この極大化特性は固着高粘度層の場合に比べて、極めて顕著である。摩擦係数のこの特性は則久ら<sup>2)</sup>の酸性リン酸エステルのなじ

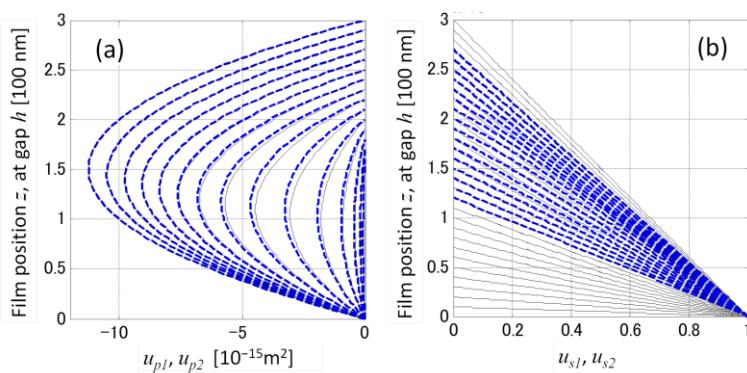


Fig. 4 (a) Pressure velocity  $u_{p1}, u_{p2}$ , (b) Shear velocity  $u_{s1}, u_{s2}$  when bearing gap  $h$  is changed from zero to 300 nm (Black line and blue dotted line indicate two-side and one-side models, respectively.  $r_0 = \mu_0/\mu_b = 500$ ,  $z_c = 100$  nm,  $N = 8$ ,  $a = 8$ ,  $b = 1.3$ ).

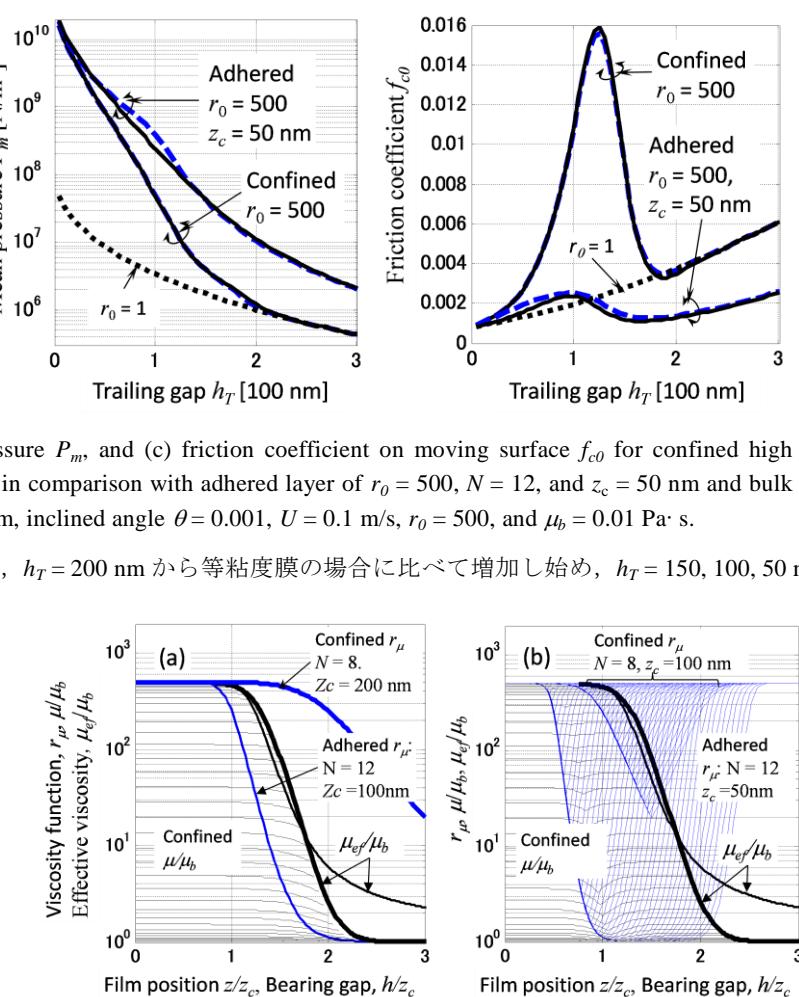


Fig. 6 Adhered saturated viscosity layer  $r_m$  (blue thin line) and effective viscosity (black thin line) with  $N = 12$ ,  $z_c = 50$  nm, and  $r_0 = 500$  in comparison with confined saturated viscosity layer with  $N = 8$ ,  $z_c = 100$  nm, and  $r_0 = 500$ . (a) One-side model with  $Z_c = 2z_c$ , (b) Two-side model with  $z_c$ .

み処理後の特性によく似ており、田村ら<sup>3)</sup>のFM添加剤をもつエンジンオイルのストライベック特性にも似た傾向がみられる。なお、固定面の摩擦係数 $f_{ch}$ は常に $f_{ch} = f_{c0} - 0.001 (= \theta)$ の関係がある。

図6は図5に比較的に示した固着高粘度層( $N=12, z_c=50\text{ nm}, r_0=500$ )の場合の粘度関数と等価粘度を図1に追加している。横軸の $z_c$ には共通の100 nmを用いている。これから黒細線で示す等価粘度は $h/z_c < 1.9$ では狭小化高粘度層の値にほぼ等しいが、 $h/z_c > 2$ ではバルク粘度よりかなり高く評価していることが分かる。

### 3.4 固着高粘度層と狭小化高粘度層が混在する場合

エンジンオイルでは粘度調整剤として極性基をもつ高分子添加剤Polymethacrylate(PMA)が使用されており、この場合の高粘度表面層は固着高粘度層と見なすことができる<sup>4)</sup>。柴崎ら<sup>6)</sup>の基油に粘度調整剤のみを添加した場合の等価粘度の測定値を見ると、固体面で粘度の増加率が最大となる特性を示しているので、その粘度関数として

$$\mu_{z2} = \mu_b \left[ 1 + (r_{02} - 1) / (1 + z/z_c)^N \right] (0 \leq z \leq h) \quad (11)$$

を用い、 $N=8, z_c=50\text{ nm}, r_{02}=100$ の場合の固着高粘度層が、Fig. 1~5で示した狭小化飽和高粘度層と混在したときの軸受特性を図7に示す。図7(a)に、理解しやすい片面モデルについて、基礎粘度関数 $r_{\mu l}$ を青実線で、式(11)の固着粘度関数 $r_{\mu 2}$ を青破線で示す。合成された即時粘度 $\mu/\mu_b$ は黒細線となり、また等価粘度 $\mu_{ef}/\mu_b$ は黒太線のようになる。等価粘度は両面モデルの場合とほとんど等しい。負荷容量は図7(b)より、狭小化層と固着層が混在するCase 2の場合は狭小化層のみのCase 1に比べて $h_T > 150\text{ nm}$ の領域で2倍になっている。しかし固着層の厚さと高粘度化率 $r_{02}$ が小さいためにその効果は大きくはない。また摩擦係数は、図7(c)よりCase 2の場合はCase 1より低下する。

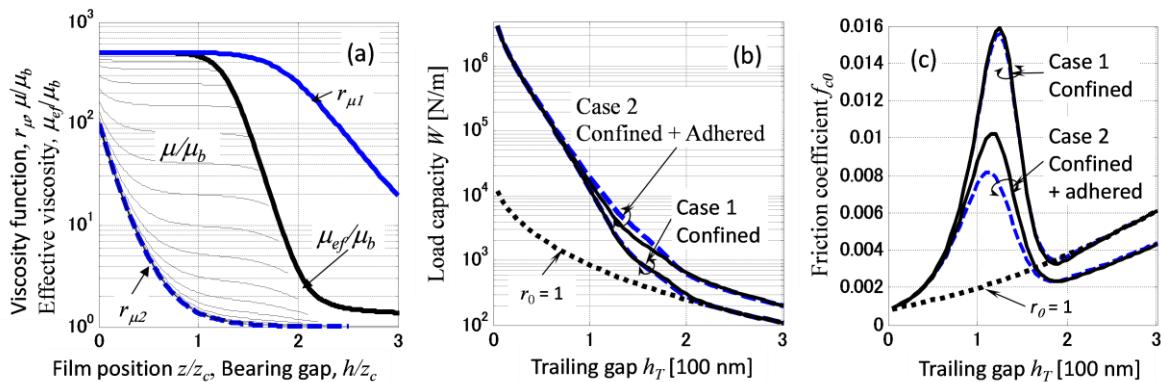


Fig. 7 (a) Real time viscosity vs. bearing gap in case 2 (sum of confined and adhered high viscosity layers), (b) Load capacity in case 1 (confined layer only), case 2 and bulk viscosity, (c) Friction coefficient  $f_{c0}$  on moving surface in case 1, case 2, and bulk viscosity.

## 4. まとめ

潤滑膜の狭小化によって即時的に生じる高粘度化層を表現する方法を提案し、これを用いて傾斜平面軸受の特性を解析し、固着高粘度層を仮定した場合に比べ負荷容量はかなり低下し、摩擦係数は高粘度膜厚さ近傍で顕著な極大値を示すことを明らかにした。

## 文 献

- Guangteng, Spikes: Boundary Film Formation by Lubricant Base Fluids, *Tribol. Trans.* 39, 2 (1996), 448.
- 則久・糸魚川・中村:底面圧境界潤滑のける摩擦係数の速度依存性に関する研究(第1報), *トライボロジスト*, 53, 10 (2008) 682.
- Tamura, Kasai, Nakamura, and Enomoto: Impact of Boundary Lubrication Performance of Engine Oils on Friction at Piston Ring-Cylinder Liner Interface, *SAE Int. J. Fuels Lubricant*, 7, 3 (2014).
- Spikes: Friction modifier additives, *Tribol Lett* 60, 5 (2015).
- Dassenoy: Nanoparticles as additives for the development of high performance and environmentally friendly engine lubricants, *TROL*, 14, 5 (2019) 237.
- 柴崎・水上・吉田・柳町・田辺・栗原:共振ずり測定法によるエンジンオイルの潤滑特性評価:添加剤の効果の検討, *トライボロジスト*, 63, 4 (2018) 284.
- 田村・砂原・石川:水上、栗原:清浄剤のトライボ科学反応促進機構:ナノ空間拘束下での立体障害によるせん断抵抗の増大, *トライボロジー会議 2017 秋 高松 予稿集*, D11 (2017).
- 小野:固体面で飽和する高粘度表面層をもつ液膜の潤滑方程式と傾斜平面軸受の特性解析, *トライボロジスト*, 66, 6 (2021) 470.
- 小野:任意の高粘度化表面層をもつ薄膜の潤滑方程式の導出と微小傾斜平面軸受特性の解析, *トライボロジー会議 2023 春 東京 予稿集* (2023/5)