

摩擦系の安定性に及ぼす構造減衰と材料減衰の影響

Effects of the structural damping and material damping on the stability of sliding systems

横国大(学)※渡辺 稔紀, (正)中野 健

Toshiki Watanabe¹, Ken Nakano¹

¹Yokohama National University

1. 緒言

摩擦系の安定性は、ナノスケールの微細加工、日常スケールのブレーキ、ギガスケールの地震など、様々なスケールで議論される。スケールを超えて摩擦系の安定性を理解するには、無次元数で整理されるような理論研究が不可欠である。一般に、摩擦を含む動力学問題は、明示的な摩擦則(クーロン則、速度依存則、速度状態依存則など)を仮定して解かれる。しかし、明示的な摩擦則を仮定すると、材料パラメータが摩擦係数の中に埋め込まれてしまい、材料設計の指針を得ることが困難になる。本研究では、明示的な摩擦則の仮定が不要な摩擦モデルを用いて摩擦系の安定性を解析し、固体の粘弾性を材料パラメータとする安定条件を理論的に導いた。得られた安定条件から、摩擦系の安定性に及ぼす構造減衰と材料減衰の影響を明らかにした。

2. 方法

本研究で用いた摩擦モデル(粘弾性ファンデーションモデル)を図1に示す。粘弾性ファンデーションモデルとは、固体を独立な粘弾性要素の配列として表現する摩擦モデルである[1]。本研究では、粘弾性要素にはねとダンパを並列につないだ Kelvin-Voigt モデルを採用した。円柱状の剛体プローブ(半径: R 、質量: M)が粘弾性ファンデーション(材料剛性: K 、材料減衰: C)と接触し、粘弾性ファンデーションが一定速度(駆動速度: V)で駆動する。剛体プローブは、水平方向にはねとダンパ(構造剛性: K_x 、構造減衰: C_x)で支持され、鉛直方向には拘束ではなく、重力($W = Mg$)が作用する。本モデルでは、剛体プローブが、水平方向の復元力と減衰力、鉛直方向の重力に加え、粘弾性ファンデーションが変形に由来して生じる斥力を受け、2自由度(x と z)で運動する。ニュートンの運動方程式に基づき、剛体プローブの位置の時間発展を数値計算した。

3. 結果および考察

まず、静的平衡点と固有振動数を用いて、時空間を無次元化した。本稿では、以下の無次元数で時空間を表現する; 無次元 x 座標: $\tilde{x} = x(4R^2 K K_x^3 / W^4)^{1/3}$ 、無次元 z 座標: $\tilde{z} = z(32RK^2 / 9W^2)^{1/3}$ 、無次元時間: $\tau = t(K_x / M)^{1/2}$ 。図2にプローブの位置の時間発展の計算結果を示す。(a)が過減衰型、(b)が不足減衰型、(c)が正弦振動型、(d)がスティックスリップ型であり、(a)と(b)は安定、(c)と(d)は不安定である。本モデルには、これらの四種類のダイナミクスが存在することがわかった。また、静摩擦と動摩擦の区別がなく、明示的な摩擦則を含まない本モデルでも、スティックスリップ型の振動が表現できることがわかった。

次に、安定性解析(複素固有値解析)を行い、平衡点周りにおける系の安定性を理論的に調べた。得られた減衰比の最小値 ζ_{\min}^* の値を用いて、安定性をまとめたマップを図3に示す。安定性マップは、以下の四つの無次元数で整理できることがわかった: $\Omega_1 = VC(K^2 RW)^{-1/3}$ 、 $\Omega_2 = (RK_x / W)^{1/2}$ 、 $\Omega_3 = (R/g)^{1/2} / (C/K)$ 、 $\Omega_4 = C_x KR / CW$ 。本稿では、横軸に Ω_1 、縦軸に Ω_2 をとり、 Ω_3 と Ω_4 の値に応じた断面で安定性マップを描画して、可視化した。青色の領域が安定、赤色の領域が不安定となることを表す。図中の四つのプロット((a)~(d))は、図2の計算条件のプロットである。安定性マップと様々な条件での数値計算の結果から、系の挙動は、 $\zeta_{\min}^* = 1$ (濃い青の領域)のとき過減衰型、 $0 < \zeta_{\min}^* < 1$ (薄い青の領域)のとき不足減衰型、 $-1 < \zeta_{\min}^* < 0$ (薄い赤の領域)のとき正弦振動型、 $\zeta_{\min}^* = -1$ (濃い赤の領域)のときスティックスリップ型となることがわかった。

安定性解析の結果を踏まえ、安定条件を理論的に導出した。安定性マップにおいて、 Ω_4 がある値を超えるとマップ全体が安定(図3上段)となり、これを完全安定と呼ぶ。また、図3中央に示したように、完全安定以外のマップでは、縦方向に安定性を分割する二つの境界線(L_1 , L_2)が存在する。これら二つの境界線と完全安定の境界を、いくつかの仮定のもと理論的に求めると、十分条件として、三つの安定条件が得られる; 低速安定条件: $\Omega_1 = VC(K^2 RW)^{-1/3} < 1.53$ 、高速安定条件: $C_x C^{1/2} V^{3/2} R^{1/2} > 0.26$ 、完全安定条件: $\Omega_4 = C_x KR / CW > 0.042$ 。これらの安定条件から、構造減衰(C_x)が大きくなることは常に安定化に有利に働くが、材料減衰(C)が大きくなることは低速安定条件と完全安定条件においては安定化に不利に働くことがわかる。つまり、構造減衰は系を安定化するが、材料減衰は系を不安定化する場合もある。

4. 結言

本研究では、明示的な摩擦則を用いずに、摩擦系の安定性を考察した。結論として、構造減衰は系を安定化するが、材料減衰は系を不安定化する場合があることを明らかにした。講演では、安定条件の導出過程や物理的解釈などを詳しく報告する。

謝辞

本研究はCREST(JPMJCR2193)と科研費(21H01236)の助成を受けて実施した。

文献

- [1] T. Watanabe, S. Hatanaka, K. Nakano, Dimensionless numbers and master curves for sliding friction from the Kelvin-Voigt viscoelasticity of solids, *Tribology Online*, 18(6), 406-416 (2023).

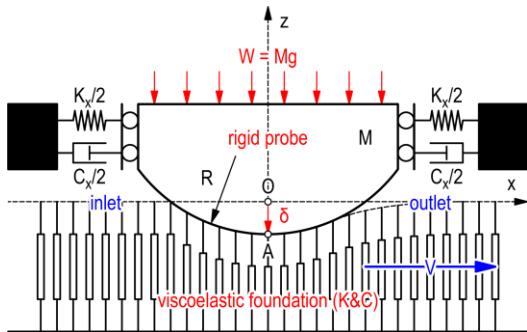


図1 粘弹性ファンデーションモデル

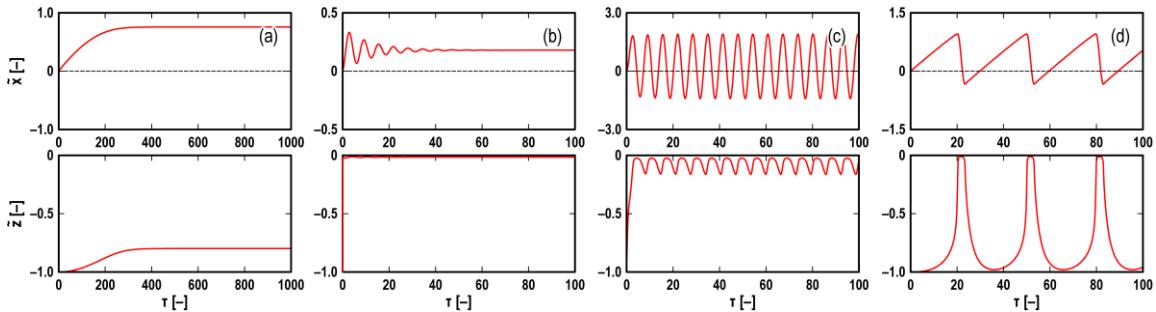


図2 プローブの位置の時間発展の計算結果((a):過減衰型, (b):不足減衰型, (c):正弦振動型, (d):ステイックスリップ型)

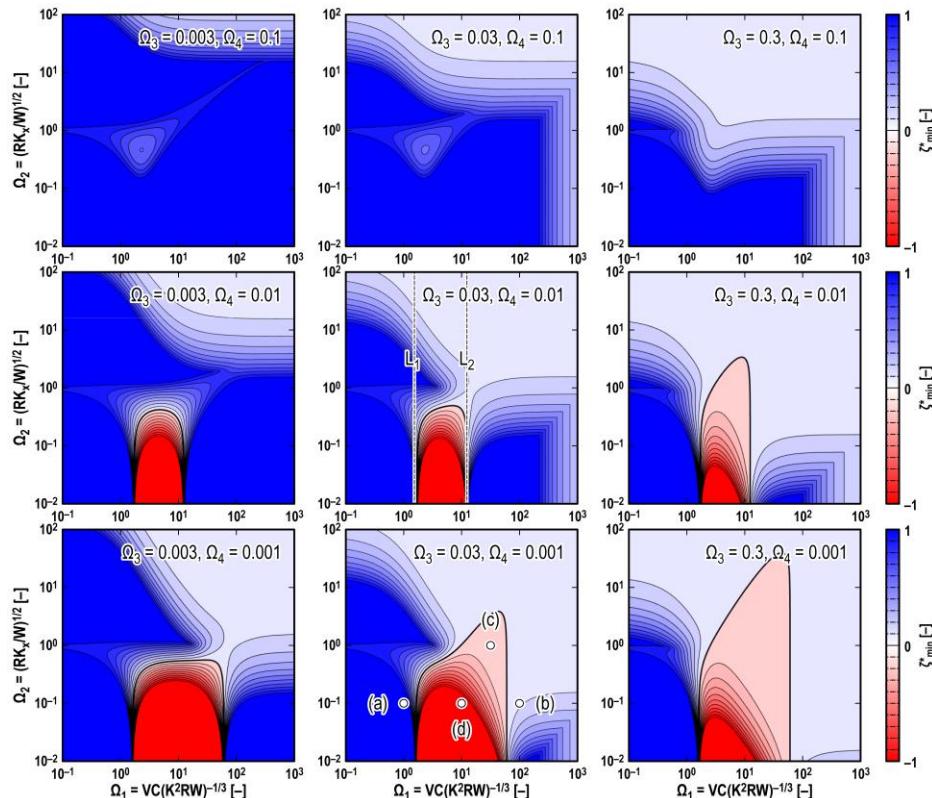


図3 安定性マップ((a)～(d)は図2の計算条件)