

液体の粘度を考慮した球・平面間の表面力の理論解析

Theoretical analyses of surface force between sphere and plane considering liquid viscosity

鳥取大・工（学）*高橋 広歩 鳥取大・工（正）石川 功 （株）エリオニクス（正）長谷川 真之
（株）エリオニクス（正）小林 隼人 鳥取大・工（正）松岡 広成

Hiromu Takahashi*, Takumi Ishikawa*, Masayuki Hasegawa**, Hayato Kobayashi**, Hiroshige Matsuoka*

*Tottori University, **Elionix Incorporated

1. はじめに

近年、MEMS/NEMS などの微小機械の発展につれて、近接あるいは接触する 2 物体間に働く表面力への理解が必要不可欠となっている。機械部品の加工や作動時には潤滑油や表面吸着膜などの媒質を介している状況が多く、媒質中における表面力を理解し、特性を解析することが非常に重要となっている。

本研究では、ESF（後述）を対象に、水中での引き離し実験のシミュレーションを行った。具体的には、引き離し実験における球面測定子と平面基板の接触部に JKR 理論を適用し、粘性抵抗力を考慮したうえで 2 面の接触円半径に関する微分方程式を導出した。また、等価凝着仕事と液体粘度の 2 つの値についてパラメータスタディを行い、時間-変位、荷重-変位グラフを描くことで傾向を観察した。

2. 実験装置

本研究では、高精度表面力測定装置（エリオニクス社製、ESF-5000、以下 ESF と表記）を用いた引き離し実験のシミュレーションを行うため、実験装置の構成と動作について簡単に説明する。装置の概略図を Fig. 1 に示す。平面基板に接触した球面測定子に電磁力を加えることで引き離し実験を行い、測定子と基板間の表面力、変位および時間の関係を得る。表面力測定の流れは、まず基板を上部の測定子に上昇接近させて 2 面を接触させる（接近過程）。次に、測定子を押上げ（押し上げ過程）、待機させる（接触待機）。その後、測定子に鉛直上方向に電磁力を加え、測定子と基板を引き離す（引き離し過程）。基板をステージに固定したプラスチック容器に設置し、容器に液体を満たすことで、液中での実験を行うことができる。

3. 理論解析

本研究では、引き離し実験開始時から、引き離し後までの範囲（引き離し過程）を対象に計算を行った。ESF の実験における 2 面の接触部に一般的な弾性接触理論である JKR 理論¹⁾を適用する。

液中での実験を対象とするため、2 面の接触部には粘性抵抗力が発生する²⁾。粘度が高いほど粘性抵抗力は大きくなり、2 面の引き離し過程に影響を及ぼす。今後、粘度の高い媒質を用いた実験や理論解析を行うにあたり、粘性抵抗力を考慮した理論解析法の構築を行った。

2 面の接触線の単位長さあたりに働く面内方向の粘性抵抗力 f_v を式(1)に示す²⁾。また、2 面間に働く接触半径方向成分の表面力 f_{\perp} は式(2)で表される¹⁾。 a は接触半径、 η は液体の粘度、 θ_0 は 2 面の初期接触角、 L ($=14.3$) はくさびの粘性散逸を表す対数係数、 K ($=1.0$ GPa) は 2 面間の液体吸着膜を考慮した等価弾性率、 R は等価半径、 W_{132} は等価凝着仕事である。

$$f_v = 12\eta \frac{\dot{a}}{\theta_0} L \quad (1)$$

$$f_{\perp} = -\frac{Ka^3}{6\pi R^2} + W_{132} + F \left(\frac{1}{3\pi R} - \frac{F}{6\pi Ka^3} \right) \quad (2)$$

2 面の接触部は、Fig. 2 のような状況となっており、式(1)と式(2)より接触半径方向の力の釣り合い式をたてることで、2 面の接触円半径 $a(t)$ に関する微分方程式が式(3)のように導出できる³⁾。

$$12\eta \frac{\dot{a}}{\theta_0} L = -\frac{Ka^3}{6\pi R^2} + W_{132} + F \left(\frac{1}{3\pi R} - \frac{F}{6\pi Ka^3} \right) \quad (3)$$

式(4)に引き離し（面外）方向の力の釣り合い式を示す。第 1 項は 2 面間の表面力 F 、第 2 項は 2 面を引き離すために加える電磁力 f_{em} 、第 3 項は測定子を支持するばねによる力 f_{spring} を示している。

$$F + f_{em} + f_{spring} = 0 \quad (4)$$

電磁力は時間に比例した関数であり、式(4)より、ある時間 t における表面力

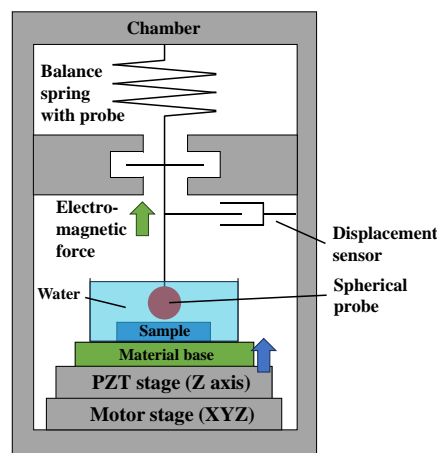


Fig. 1 Schematic of ESF

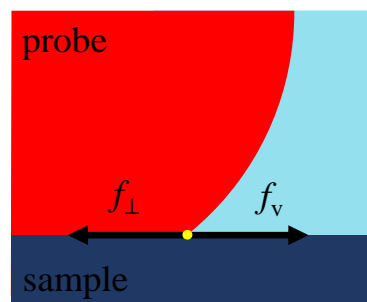


Fig. 2 Schematic of forces acting on the contact line

F が求まる．この F を式(3)に代入し，時間 t における接触半径 a を用いて数値的に解くことで，時間変化する接触半径 a と表面力 F を計算する．式(5)は測定子の変位 z を表している． z_0 ($=0.0$ nm) は測定子の初期変位， δ は接近変位， δ_0 は初期接近変位である．

$$z = z_0 + \delta_0 - \delta \quad (5)$$

式(3)を解くことで得られた接触半径 a から接近変位 δ を導出し，時間変化する測定子の変位 z を計算する．

本研究では，等価凝着仕事 W_{132} と液体粘度 η の2つの値についてパラメータスタディを行い，時間と測定子の変位，および表面力と測定子の変位の関係について，傾向を考察する．

4. 解析結果

水中におけるBK7-SiのESF実験では，凝着力は約 $10 \mu\text{N}$ を示しており⁴⁾，JKR理論より，BK7-Siの等価凝着仕事は 5 mJ/m^2 程度であることがわかる．そこで，等価凝着仕事を $W_{132}=1\sim 10 \text{ mJ/m}^2$ の範囲で変化させ，傾向を観察する．液体の粘度については，水中を想定した計算を行ったため $1.0 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ 程度であるが，表面近傍においてはバルク粘度よりも大きな粘度になると考えられる．そこで液体の粘度を $\eta=1\sim 100 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ まで変化させ，傾向を観察する．

4.1 等価凝着仕事の影響

時間 t と測定子の変位 z のグラフをFig. 3，表面力 F と測定子の変位 z のグラフをFig. 4に示す．Figures 3, 4より，等価凝着仕事を大きくすると，2面が引き離れるまでの時間 t_{ad} ，変位 z_{ad} ，凝着力 F_{ad} が増加した．等価凝着仕事が大きくなると，2面を引き離すために必要な力が大きくなり， t_{ad} ， F_{ad} が大きくなったと考えられる．また等価凝着仕事が大きくなると引き離し開始時の2面の距離が近づく（ δ_0 が大きくなる）ため，2面が引き離されるまでに，より大きな変位 z_{ad} が必要になったと考えられる．

4.2 液体粘度の影響

時間 t と測定子の変位 z のグラフをFig. 5，表面力 F と測定子の変位 z のグラフをFig. 6に示す．Figures 5, 6より，液体の粘度を大きくすると，2面が引き離れるまでの時間 t_{ad} ，凝着力 F_{ad} が増加した．2面が引き離れるまでの変位 z_{ad} は粘度を変えても変化しなかった．粘度を大きくすると，粘性抵抗力の影響が大きくなり，引き離れるまでに必要な時間 t_{ad} と力 F_{ad} が必要になったと考えられる． z_{ad} については粘度の影響を受けないため変化しない．

5. おわりに

本研究では，ESFを用いた水中での球面測定子と平面基板の引き離し実験における2面の接触円半径に関する微分方程式を導出し，時間変化する測定子の変位と表面力の数値計算を行った．また，等価凝着仕事と液体粘度の2つの値についてパラメータスタディを行った結果，時間と測定子の変位，および，表面力と測定子の変位の関係について，以下の傾向を示すことが分かった．

1. 等価凝着仕事を大きくすると，2面が引き離れるまでの時間 t_{ad} および変位 z_{ad} ，凝着力 F_{ad} が増加する．
2. 液体粘度を大きくすると t_{ad} ， F_{ad} が増加する．しかし， z_{ad} は液体の粘度を変えても変化しなかった．

文献

- 1) K. L. Johnson et al: Surface Energy and the Contact of Elastic Solids, Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences, 324 (1971) 301-313.
- 2) Pierre-Gilles de Gennes et al: 表面張力の物理学 第2版, 吉岡書店 (2017).
- 3) H. Gérardin et al: Forced Detachment of Immersed Elastic Rubber Beads, Langmuir, 23, 19 (2007) 9704-9712.
- 4) 稲垣 他: 水中における球・平面間の表面力特性, 日本機械学会中国四国支部第54回卒業研究発表講演会予稿集, (2024) 09a5.

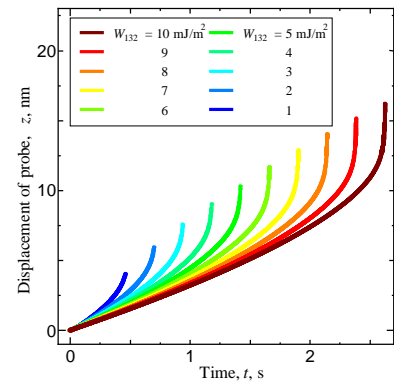


Fig. 3 Time-displacement curve for parameter study of adhesion work

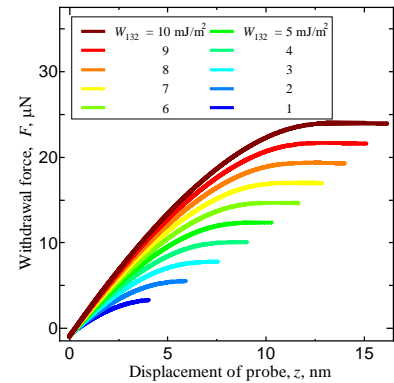


Fig. 4 Force-displacement curve for parameter study of adhesion work

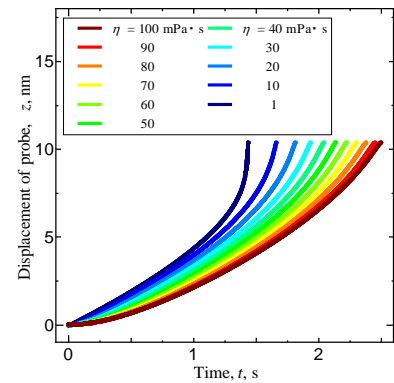


Fig. 5 Time-displacement curve for parameter study of viscosity

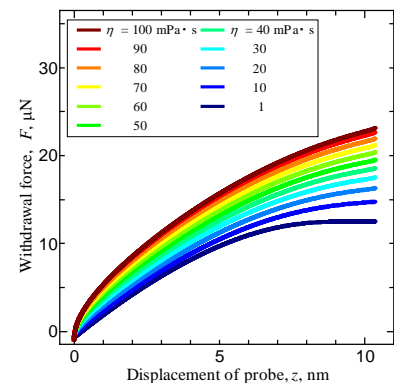


Fig. 6 Force-displacement curve for parameter study of viscosity