

すべり摩擦系の安定限界: 明示的な摩擦則を用いない表現法

Stability limits of sliding systems: Description without explicit friction laws

横国大(学)※渡辺 稔紀, (正)中野 健

Toshiki Watanabe¹, Ken Nakano¹

¹Yokohama National University

1. 緒言

摩擦系の安定性は、微細加工の精度向上、ブレーキの鳴きの抑制、プレート間のすべりの予測など、様々な摩擦系が抱える課題の一つである。特に近年では、ガソリン車から電気自動車への転換に伴い、相対的に騒音が顕在化し、摩擦振動を制振する技術の需要が高まっている。

一般に、摩擦を含む動力学問題は、明示的な摩擦則(クーロン則、速度依存則、速度状態依存則など)を仮定して解かれる。例えば、一自由度振動系に摩擦則を仮定したモデル(図 1 (a))から導出される安定条件は $c + \mu'(V)W > 0$ (c : 減衰係数, W : 荷重, $\mu'(V)$: 摩擦係数の速度微分)となり、摩擦係数が速度弱化特性を示すときに系が不安定化し得ることが広く知られている。この安定条件に基づけば、システムの機械設計の指針を得ることができるが、材料設計の立場から見ると、この安定条件は最適な形とはいえない。それは、安定条件に含まれる材料パラメータが、制御が容易とは言えない摩擦係数の速度勾配に集約されているからである。すなわち、摩擦系の安定性解析には、「明示的な摩擦則を仮定すると、材料特性が摩擦係数の中に隠れてしまい、明瞭な材料設計の指針を得ることが困難になる」という課題がある。そこで、本研究では、あらゆる固体が持つ性質である粘弾性に着目し、明示的な摩擦則の仮定が不要な摩擦モデルを用いて、系の安定性を解析した。

2. 方法

本研究で用いた摩擦モデル(粘弾性ファンデーションモデル)を図 1 (b)に示す。粘弾性ファンデーションモデルとは、固体を独立な粘弾性要素の配列で表現する摩擦モデルである[1]。本研究では、粘弾性要素として、ばねとダンパを並列につないだ Kelvin-Voigt モデルを採用した。円柱状の剛体プローブ(半径: R , 質量: M)が粘弾性ファンデーション(材料剛性: K , 材料減衰: C)と接触し、粘弾性ファンデーションが一定速度(駆動速度: V)で駆動する。剛体プローブは、水平方向にはばねとダンパ(構造剛性: K_x , 構造減衰: C_x)で支持され、鉛直方向には拘束はなく、重力($W = Mg$)が作用する。剛体プローブは、二つの自由度(x と z)を持ち、復元力、減衰力、重力に加え、粘弾性ファンデーションが生じる斥力を受けて運動する。ニュートンの運動方程式に基づき、静的平衡点からの剛体プローブの位置の時系列変化を数値計算した。

3. 結果および考察

まず、プローブの位置の時系列変化を図 2 に示す。なお、時空間(x, z, t)は無次元化している: $\tilde{x} = x(4R^2KK_x^3/W^4)^{1/3}$, $\tilde{z} = z(32RK^2/9W^2)^{1/3}$, $\tau = t(K_x/M)^{1/2}$ 。本モデルでは、プローブのダイナミクスは四種類に大別できる: (a)過減衰型, (b)不足減衰型, (c)正弦振動型, (d)スティックスリップ型。つまり、明示的な摩擦則を含まない本モデルでも、(スティックスリップのような)摩擦に起因する不安定性を表現できる。

次に、安定性解析(複素固有値解析)を行い、平衡点周りにおける系の安定性を数値的に調べた。得られる減衰比の最小値 ζ_{\min}^* の値を用いて、安定性をまとめたマップの一例を図 3 左に示す。安定性マップは、以下の四つの無次元数で整理できる: $\Omega_1 = V(C/K)(K/RW)^{1/3}$, $\Omega_2 = (RK_x/W)^{1/2}$, $\Omega_3 = (C/K)(W/RM)^{1/2}$, $\Omega_4 = C_xKR/CW$ 。本稿では、横軸に Ω_1 , 縦軸に Ω_2 をとり、 $\Omega_3 = 30$, $\Omega_4 = 0.001$ の断面(図 2 の計算条件)で安定性マップを描画して可視化した。青色の領域では系は安定、赤色の領域では不安定となることを意味している。図中の四つのプロット((a)~(d))は、図 2 の計算条件を表す。様々な条件での数値計算と安定性マップとの対応から、系の挙動は、濃い青の領域($\zeta_{\min}^* = 1$)のとき過減衰型、薄い青の領域($0 < \zeta_{\min}^* < 1$)のとき不足減衰型、薄い赤の領域($-1 < \zeta_{\min}^* < 0$)のとき正弦振動型、濃い赤の領域($\zeta_{\min}^* = -1$)のときスティックスリップ型となることがわかった。

安定性解析の結果を踏まえ、安定条件を理論的に導出した。いくつかの仮定のもと、安定性マップに存在する三つの境界を理論的に求めると、十分条件として、以下の三つの安定条件が得られる: $V(C/K)(K/RW)^{1/3} < 1.6$, $C_xC^{1/2}V^{3/2}R^{1/2} > 0.26$, $C_xKR/CW > 0.042$ 。これら三つの安定条件は、無次元化すると Ω_1 と Ω_4 のみの不等式として書けるので、図 3 右のように、 Ω_1 と Ω_4 を軸にとると、任意の Ω_2 と Ω_3 に対して可視化が可能となる。図 3 右は、赤の実線が固有値解析により数値的に求まる安定限界、黒の点線が理論的に導出した三つの安定限界であり、どちらも外側は必ず安定、内側は不安定になる可能性があることを表している。同図から、理論的に導出した安定限界は、数値的に得た安定限界を十分に表現できていることがわかる。また、導出した三つの安定条件には、摩擦係数は含まれておらず、粘弾性(K と C)が材料パラメータとして含まれていることを強調したい。

4. 結言

本研究では、明示的な摩擦則の仮定が不要な摩擦モデルを用いて、すべり摩擦系の安定性を考察した。その結果、摩擦係数の代わりに粘弾性を材料パラメータとする安定条件を得た。講演では、安定条件の導出過程や物理的解釈などを詳しく報告する。

謝辞

本研究は CREST(JPMJCR2193) の助成を受けて実施した。

文献

- [1] T. Watanabe, S. Hatanaka, K. Nakano, Dimensionless numbers and master curves for sliding friction from the Kelvin-Voigt viscoelasticity of solids, *Tribology Online*, 18, 406-416 (2023).

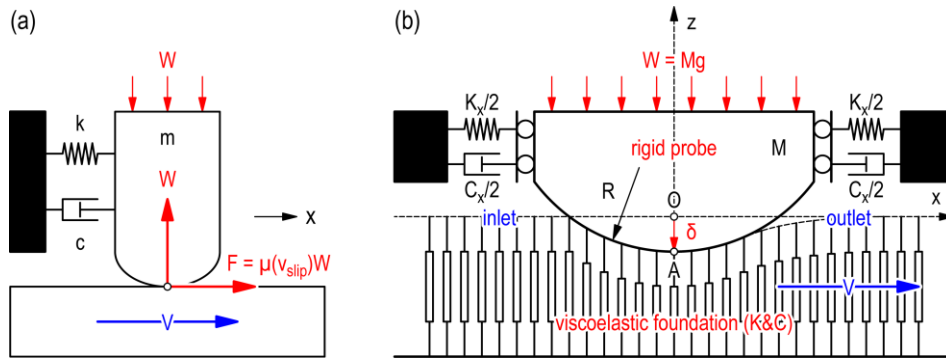


図 1 摩擦モデル((a): 一自由度振動系に摩擦則を仮定したモデル, (b): 粘弾性ファンデーションモデル)

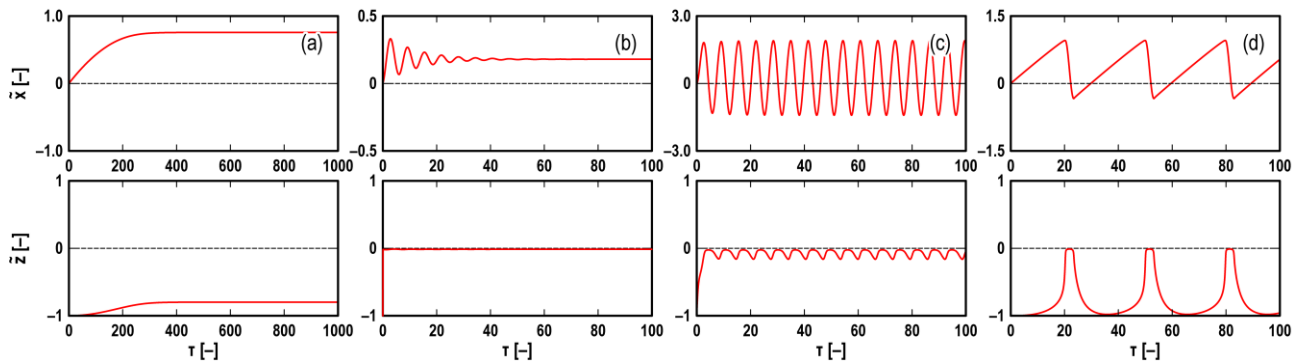


図 2 プローブの位置の時系列変化((a): 過減衰型, (b): 不足減衰型, (c): 正弦振動型, (d): スティックスリップ型)

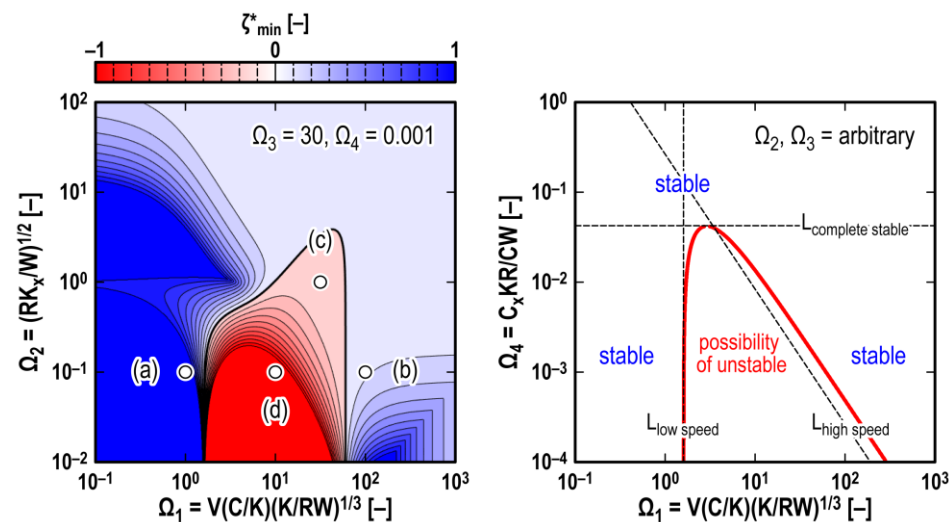


図 3 安定性解析の結果(左: 安定性マップ($\Omega_3 = 30$, $\Omega_4 = 0.001$), 右: 安定限界(Ω_2 と Ω_3 は任意))