

リン酸エステル添加潤滑油による円周溝粗さ付き回転スライダの流体摩擦特性の解析 Lubrication Analysis of Rotating Ring Slider with Circumferential Grooves Lubricated by Lubricant with Alkyl Acid Phosphate Additive

東工大(現東科大)OB (正) 小野 京右

Kyosuke Ono, Emeritus Professor

Tokyo Institute of Technology (Currently Institute of Science, Tokyo)

1. はじめに

高分子添加剤を有する潤滑油は混合・境界潤滑領域で優れた潤滑特性を示すことが知られ、エンジンの潤滑、工作機械の案内機構の潤滑、圧延機械の潤滑などに使用されてきた¹⁻³⁾。筆者は高分子添加剤が軸受面に化学的・物理的凝着した場合の表面高粘度層を簡単な式で表現し、この特性を組み込んだ Reynolds 方程式を導出して、表面テクスチャの代表例としての Taper-flat slider の軸受特性の特徴を明らかにしてきた⁴⁻⁷⁾、続いてエンジン潤滑油に用いられる金属系微小粒子からなる清浄剤のように軸受すきまの狭小化により高粘度特性をもつ場合の Reynolds 方程式を導出し、その場合の Taper-flat slider の基本特性を理論的に明らかにしてきた⁸⁾。簡便な無限幅軸受による解析によれば、添加剤の効果は、微小軸受すきま領域で、高い負荷容量が得られるばかりでなく、低速・微小すきま領域で、軸受の摩擦係数が極小値と極大値を呈することを明らかにした。すでに高分子添加潤滑剤が、数十ナノメートル以下の EHL 潤滑領域で高負荷容量を持つことは、Spikes 等^{9,10)}の実験及び Zhang 等¹¹⁾の解析と実験の比較により証明されているが、100 nm 以上の軸受すきまの潤滑特性を理論的に議論された例はないようである。

そこで筆者は、キサゲテクスチャをもつ工作機械の滑り案内面に各種の潤滑剤を用いたときの摩擦特性を実験的に明らかにした弟子丸ら¹²⁾の研究結果に注目した。興味深いのはリン酸エステルを添加した潤滑油を用いると、滑り速度に対する案内面の摩擦係数特性が、混合潤滑域と境界潤滑域で顕著に低下し、特に境界潤滑域で流体摩擦特性を呈することである。そこでキサゲテクスチャを Taper-land-taper bearing でモデル化し、軸受表面層における飽和高粘度特性を考慮した修正レイノルズ方程式を用いて、実際に近いと推測される軸受条件下における軸受すきまおよび摩擦係数を計算すると、一部の例外を除いて実験値に定性的・定量的に一致する結果が得られることを明らかにした¹³⁾。弟子丸らの研究に続いて則久ら¹⁴⁻¹⁶⁾は、工作機械の案内面のキサゲテクスチャによる潤滑特性を、ring-on-ring 乃至 ring-on-pad をもつスラスト摺動装置を用いて得られることを示した。この場合の ring および pad 面にはエメリー紙により数 μm Rzjis の円周溝粗さが形成され、なじみ作用により表面突起を摩耗させることにより、混合・境界潤滑領域がなじみ初期の固体摩擦から流体摩擦特性に変わることを明らかにしている。

そこで本研究では、則久らが研究対象とした V 字形円周粗さ溝面の潤滑機構を、すでにキサゲテクスチャの解析¹³⁾で用いた Taper-land-taper bearing でモデル化し、則久らの実験結果が得られる軸受諸元の値を探索した。その結果、軸受諸元値を適切に決めることにより、理論的な摩擦係数の滑り速度特性を、実験結果に定性的には勿論、極大値より大きな速度領域では定量的にもよく近似できることを明らかにしたので以下に報告する。

2. 円周方向粗さ溝の Taper-land-taper bearing モデルと軸受特性の計算法

2.1 円周溝の潤滑機構と Taper-land-taper bearing モデル

則久らの論文¹⁴⁻¹⁶⁾では、弟子丸ら¹²⁾によって明らかにされたキサゲテクスチャによる工作機械案内機構の添加剤付き潤滑油による潤滑特性を、ring-on-ring ないし ring-on-pad の回転摺動試験機を用いて調べている。この場合、摺動面にはキサゲテクスチャではなく、エメリー紙で円周方向に Rzjis 3 μm 程度の粗さ溝を形成していることが特徴である。市販の工作機械摺動面専用のリン酸エステル添加剤をもつエステル系鉱油 (VG68) A, B, C を潤滑剤として用いて摺動させると、A 油の場合、初期には混合潤滑・境界潤滑領域で粗さ突起接触に起因する Stribeck 曲線に似た摩擦係数特性が得られるが、数時間以上の running-in 操作後には表面突起部が摩耗し、境界潤滑領域で流体潤滑特性が得られることが示されている。また B および C 油の場合には、それぞれ摺動 1 時間後および摺動初期から境界潤滑域で流動摩擦特性を呈し、数時間後にはほぼ一定の流体摩擦特性に収束している。論文 14 の Table 5 には running-in 前後の表面粗さの変化が示されており、初期にはいずれも Rzjis3.5 μm 程度の粗さとなっているが、A 油の場合には running-in 操作後には Rzjis2.8 μm 程度に低下し、特に下面の粗さの山部が摩耗して平面 land 部が形成されている。一方 B, C 油の場合には摩耗量が少ないが流体潤滑特性が得られることを示している。流体潤滑特性を示す V 形溝粗さの幅は数 μm から 100 μm 以上に分布している。著者の糸魚川氏によれば統計的な平均値は 29 μm とのことである。よって Land 部をもつ V 形溝粗さが流体潤滑効果をもつと推察される。しかし上面は静止下面に対して円周方向に運動しており、潤滑油の流れが溝方向のみの成分しかないとすれば流体潤滑効果は生じないはずである。潤滑油は ring 状すべり面の中央から半径方向に供給されているので半径方向の流れももつが、それは微小な圧力流れなので周方向滑り速度に依存する軸受圧力になるとは考えられない。

そこで論文 14 で用いられている内半径 23.5 mm、外半径 26 mm の ring-on-ring の摺動面において、円周方向に V 形溝が形成されている場合の流体潤滑機構について考察する。Fig.1(a)に示すように、静止面に形成された溝ピッチ幅 b をもつ隣接する内側半径 r_i と r_{i+1} ($= r_i + b$) の V 形円周溝に注目する。ここで b は円周溝の突起部が摩耗し Land 面となった長さも含むとする。上面の回転運動によって与えられた半径 r_i 位置における接線方向の流速 u_i は、内径 r_{i+1} 、 r_{i+2} の円周溝に対して斜めに交差すると考えれば、流体軸受効果をもつと推測される。ここで流速 u_i が溝幅 b を斜めに横切る長さは軸受長さと考えられることができる。そこで流動 u_i が半径 r_{i+1} の円周溝を交差するときの流路長さを $l_{i,1}$ とし、

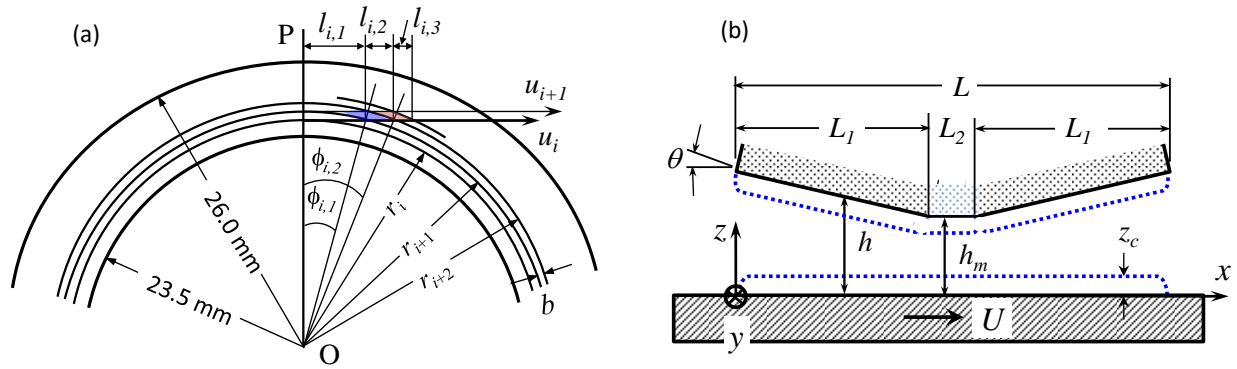


Fig.1 (a) Lubrication mechanism of circumferential micro-grooves and (b) its taper-land-taper bearing (TLTB) model

また半径 r_{i+1} の溝開始位置から半径 r_{i+2} の溝開始位置までの流路長さを $l_{i,2}$ とする。更に流動 u_i が r_{i+2} の溝と交差する位置から r_{i+3} の溝半径と交差するまでの流路長を $l_{i,3}$ とする。Fig.1(a)に示すように、流線 u_i が r_{i+1} , r_{i+2} の溝開始線と交差する点と軸受中心 O を結ぶ直線と、流線 u_i の r_i 円周上の接点を含む基準線 OP との角度をそれぞれ $\phi_{i,1}$, $\phi_{i,2}$ とする。幾何学的関係により、これらの諸元は、 $\phi_{i,1} = (2b/r_{i+1})^{1/2} \approx (2b/r_i)^{1/2}$, $l_{i,1} \approx (2br_i)^{1/2}$, $l_{i,2} = b/\sin(\phi_{i,1})$, $\phi_{i,2} = \tan^{-1}\{(l_{i,1} + l_{i,2})/r_i\}$, $l_{i,3} = b/\sin(\phi_{i,2})$ で与えられる。 $r_i = 23.5$ mm, $b = 29$ μ m, 外半径 26 mm として、半径 r_i に対する $l_{i,1}$, $l_{i,2}$, $l_{i,3}$ を計算すると、半径による増加は小さく、ほぼ中央値である $r = 25$ mm の値はそれぞれ、 $l_{i,1} \approx 1.2$ mm, $l_{i,2} \approx 0.6$ mm, $l_{i,3} \approx 0.4$ mm となる。次に内半径 r_i の溝外端である半径 r_{i+1} の基準線 OP 上の接点を通る流動 u_{i+1} が半径 r_{i+2} の溝開始線と交差する距離、および r_{i+2} の交点から r_{i+3} の交点までの距離を考えると、それぞれ $l_{i,1}$, $l_{i,2}$ にほとんど等しい。したがって、 OP 線上で軸受上面から与えられた溝幅 b 内の流動 $u_i \sim u_{i+1}$ は半径 r_{i+1} と r_{i+2} の間に長さ $l_{i,2}$ から $l_{i,1}$ に変化する V 形溝の軸受効果をもつことが分かる（青色で示す四辺形域）。更に半径 r_{i+2} と r_{i+3} の間に長さ $l_{i,3}$ から $l_{i,2}$ に変化する V 形溝の軸受（赤色で示す四辺形域）も形成されている。しかし基準線 OP から角度 $\phi_{i,1}$, $\phi_{i,2}$ だけ傾いた位置にある V 溝軸受部の上面の回転により与えられる流体の速度は u_i, u_{i+1} と角度 $\phi_{i,1}$, $\phi_{i,2}$ だけ傾いているので、 OP から離れるに従い u_i, u_{i+1} の流動は上面位置から消滅すると考えられる。よって u_i, u_{i+1} の速度による軸受効果は、主として青色で示す軸受長さが $l_{i,2}$ から $l_{i,1}$ まで変化する四辺形領域程度と考えられる。また軸受長 $l_{i,2}$ に対する軸受幅 B は $B = b/\tan(\phi_{i,1})$ で与えられる。

上記の考察から、ring-on-ring 滑り機構においては、上面で与えられた円周方向速度がその後流近傍にある下面の円周溝に斜めに交差する Taper-land-taper bearing 効果が生じると考えられる。その効果の詳細は潤滑油の液膜厚さ位置における慣性効果をも考慮した解析が必要である。しかし本論文では、running-in 操作により粗さ突起上面が摩耗した隣接する V 形溝の最初の谷底位置から次の溝の谷底位置までを、前報¹³⁾のキサゲテクスチャの解析に適用した Fig. 1(b) に示す Taper-land-taper bearing (以下 TLTB と略称する) でモデル化し、その摩擦係数を実験値と比較することによりその妥当性を明らかにする。

Fig. 1(b)に、TLTB の解析モデルとその軸受諸元および軸受特性を解析する固定座標系 $O-xyz$ を示す。下面は速度 U で運動しており、下面に一致させた静止座標の軸受長さ方向を x 、運動壁面からの軸受すきま方向の距離を z とする。一周期の軸受長さを L 、狭まりすきまと広がりすきま部の長さを L_1 、平面 Land 部の長さを L_2 とすると、 $L_2 = L - 2L_1$ である。軸受すきまを $h(x)$ とし、Land 部の最小軸受すきまを h_m とする。軸受特性に影響する軸受諸元は h_m, L, L_1, L_2 および傾斜角 θ である。キサゲテクスチャをもつ案内面の軸受特性の解析¹³⁾においては、隣接する TLTB 間に Land 面と等しい高さにある非軸受 Land 面をも考慮したが、エメリー紙で形成した粗さ面では考慮しない。即ち Fig. 1(b) で示す TLTB が長さ方向には連続して形成され、横方向には幅 B の軸受が位相がずれて配列しているすべり案内面の軸受特性を解析する。

2.2 TLTB の一定負荷圧力条件下における最小軸受すきまと摩擦係数の計算法

実際の粗さ溝テクスチャは有限幅なので、厳密には二次元潤滑方程式を用いるべきであるが、境界条件および負圧領域の油膜破断特性の詳細は不明なので、Fig. 1(b)の TLTB の x 方向の一次元の潤滑方程式の圧力分布解を用いる。すでにキサゲテクスチャの潤滑解析¹³⁾から分かるように、二次的效果を無視した一次近似的な負荷容量、摩擦係数および摩擦係数の特性は一次元の無限幅軸受の圧力解で評価することができるからである。TLTB の圧力および流体摩擦特性は添加剤による軸受すきま内の粘度変化を考慮した次の一次元潤滑方程式を数値的に解くことにより求められる。

$$\frac{d}{dx} \left\{ Q_p \frac{dp}{dx} \right\} = \mu_b U \frac{dQ_s}{dx} \quad (1)$$

$$Q_p = f_3(h) - \frac{f_2(h)^2}{f_1(h)}, \quad Q_s = \frac{f_2(h)}{f_1(h)} \quad (2)$$

$$f_1(z) = \int_0^h \frac{\mu_b}{\mu_z} dz, \quad f_2(z) = \int_0^h \frac{\mu_b z}{\mu_z} dz, \quad f_3(z) = \int_0^h \frac{\mu_b z^2}{\mu_z} dz \quad (3)$$

ここで、 Q_p および Q_s はそれぞれ圧力流れ、せん断流れの流量、 μ_b は基油のバルク粘度、 μ_z は添加剤により壁面からの距離 z で変化する粘度で、軸受すきま h と固体壁面からの距離 z の関数で与えられる表面層の粘度関数 μ_z から計算

される．表面高粘度層モデルには，固体面に添加剤高分子が固着している固着高粘度層^{4,7)}と狭小化と加圧力によって即時的に高粘度化する狭小化高粘度層⁸⁾がある．酸性リン酸エステルによる高粘度層は，大森ら¹⁷⁻¹⁹⁾の研究および則久ら^{15,16)}の考察から，化学結合による固着飽和高粘度層をもつと推測されるので，対抗する軸受壁面からの距離 z における粘度 μ_z を式(4)で表わす．

$$\begin{aligned}\mu_z &= \mu_b[r + (z/z_c)^N]/[1 + (z/z_c)^N] \quad (0 \leq z \leq h/2) \\ &= \mu_b[r + \{(h-z)/z_c\}^N]/[1 + \{(h-z)/z_c\}^N] \quad (h/2 \leq z \leq h)\end{aligned}\quad (4)$$

ここで， μ_b は基油の粘度， r は固体壁面の粘度を μ_0 として $r = \mu_0/\mu_b$ で与えられ，固体壁面の粘度の基油粘度に対する倍率である．また z_c は高粘度表面層の厚さの指標で， $z = z_c$ のときの粘度は $\mu_z = (\mu_0 + \mu_b)/2$ となるので，基油粘度と固体壁粘度の中央値となるような表面層厚さを意味する．多くの場合 $r \gg 1$ なので，近似的に固体壁面の粘度の $1/2$ となる高粘度表面層の厚さに相当する．

式(4)の粘度関数を用いた式(1)の潤滑方程式の数値解法は，一般によく知られているので詳しい説明は省く．潤滑基礎式(1)をTLTBの m 個の均等離散点 x_i における圧力 p_i に関する代数方程式に変換し，境界条件 $p_1 = p_{m+1} = 0$ を用いて $p_2, p_3, \dots, p_i, \dots, p_m$ を計算する．圧力解は $0 < x < L/2$ の領域で正圧， $L/2 < x < L$ の領域で負圧となり，Land部の中央位置で点対称となる圧力が得られる．しかし実際には高い負圧領域では油膜破断が生じるので， $L/2 < x < L$ の領域では $p_i \geq -50$ kPaを満たすように変更した．このとき軸受中央後部近傍で最初に $p_e < -50$ kPaとなる境界でReynolds境界条件 $p_e = p_{e-1} = -50$ kPaを用いて再度 p_1, p_2, \dots, p_e を計算した．単位幅当たりの負荷容量は $W = \sum p_i \Delta x$ で求められる．Taper-flat軸受の場合，無限幅軸受の負荷容量と有限幅軸受の負荷容量の関係は，軸受幅 B が軸受長 $(L/2)$ に相当)と同じ場合には無限幅解の約 $1/3$ になり， B が軸受長の2倍なら約 $2/3$ になる．しかしFig.1(a)の溝軸受の場合，単純なTaper-flat軸受とは異なり幅方向の流れが溝山によりせき止められる効果がある．そこでFig.1(b)の軸受の幅方向圧力は中央で無限幅軸受に等しい圧力が生じ，軸受端でゼロとなるような放物線分布を呈すると仮定する．この場合，有限幅 B のTLTBの負荷容量 F は無限幅解 WB の $2/3$ となるので，近似的に $F = 2WB/3$ で与えられるとした．一方，軸受の運動面の流体摩擦力は，既報^{5,6)}で述べている無限幅軸受の運動面の摩擦力 F_0 を用いて $F_0 B$ で表わされるから，TLTBの摩擦係数 f_{c0} は， $f_{c0} = 3F_0/2W$ で与えられる．

則久らの摩擦係数の実験値は一定負荷圧力において，滑り速度 U を下げたときの摩擦係数を測定しているので，一定の負荷圧力 LP を満たす軸受すきま h_m をNewton法で計算した． h_m の計算誤差は $|\delta h_m|/h_m < 10^{-4}$ となるまで繰り返し計算した．以下の計算では，初期速度 U_0 から順次滑り速度を $U = U_0/1.25^n$ で低下させていったときの最小すきま h_m ，摩擦係数 f_{c0} などを計算した．初期速度の場合を除いて収束解が得られる繰り返し回数は5回程度であった．

実験条件における軸受寸法諸元は摩擦係数が実際の特性を表現できるように選択するが，則久らを用いているVG68の基油の粘度 μ_b を決める必要がある．ISO VG 68は弟子丸論文¹²⁾で使用されている基油Bと同じなので，その特性表によると，動粘度は 40°C で $68.12 \text{ mm}^2/\text{s}$ ， 100°C で $9.021 \text{ mm}^2/\text{s}$ ，密度は 0.689 g/cm^3 とされている．これを用いて粘度を計算すると，それぞれ 0.06 ， $0.0079 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ となる．実験条件の温度は 25°C なので，片対数グラフで試験条件 25°C における粘度を推定すると $0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ となる．そこでVG 68の基油を用いた摩擦係数特性の計算では $\mu_b = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ の値を用いた．

3. 則久論文の粗さテクスチャ面の摩擦係数特性の計算結果

3.1 TLTBモデルにおける摩擦係数と最小軸受すきま特性

まず，則久らの摩擦特性に定性的に一致する特性が得られる軸受諸元を用いたときのTLTBモデルの摩擦係数 f_{c0} と最小浮上すきま h_m の計算

例を示し，軸受諸元の f_{c0}, h_m に及ぼす影響を解説する．負荷圧力は則久論文14の測定値と比較する場合には $LP = 0.22 \text{ MPa}$ を用い，則久論文15,16における測定値と比較する場合には $LP = 0.28 \text{ MPa}$ を用いた．

Fig. 2(a)および(b)は，高粘度関数の次数 $N = 8$ ，表面層厚さ $z_c = 100 \text{ nm}$ ，軸受面の粘度倍率 $r = 50$ と固定したとき，傾斜角 θ が $0.02, 0.01 \text{ rad}$ の場合について，軸受長さ L を $300, 500 \mu\text{m}$ と変化させたときの摩擦係数 f_{c0} および最小すきま h_m の滑り速度 U に対する特性である． $\theta = 0.02 \text{ rad}$ および 0.01 rad の場合に

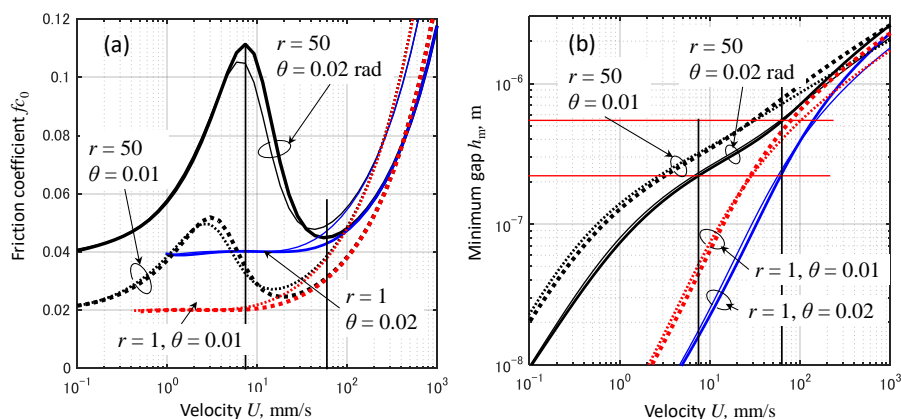


Fig. 2 (a) friction coefficient f_{c0} and (b) minimum gap h_m versus sliding velocity U for bearing length of $L = 300$, and $500 \mu\text{m}$ and taper angles of $\theta = 0.01$ and 0.02 rad when $LP = 0.28 \text{ MPa}$, $L_1 = 7L/15$, $L_2 = L/15$, $N = 8$, $\mu_0 = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $r = 50$, and $z_c = 100 \text{ nm}$. Black solid lines: $r = 50$, $\theta = 0.02$ (Thin line: $L = 300 \mu\text{m}$, Thick line: $L = 500 \mu\text{m}$), Black dotted line: $r = 50$, $\theta = 0.01$ (Thin line: $L = 300 \mu\text{m}$, Thick line: $L = 500 \mu\text{m}$), Blue solid line: $r = 1$, $\theta = 0.02$ (Thin line: $L = 300 \mu\text{m}$, Thick line: $L = 500 \mu\text{m}$), Red dotted line: $r = 1$, $\theta = 0.01$ (Thin line: $L = 300 \mu\text{m}$, Thick line: $L = 500 \mu\text{m}$)

についてはそれぞれ黒実線および黒点線で示し、 $L = 300, 500 \mu\text{m}$ の違いはそれぞれ細線、太線の相違で示している。また青実線と赤破線は、基油のみの場合 ($r=1$) の $L=300, 500 \mu\text{m}$ における fc_0 と h_m の特性を細線と太線で示している。

Fig. 2(a)から、摩擦係数 fc_0 は以下の特徴がある。(1) 速度 U を低下させていくと fc_0 は $10 \text{ mm/s} < U < 100 \text{ mm/s}$ の範囲で極小値 (基油粘度による粘性摩擦領域から高粘度層による流体摩擦領域への遷移) をとり、その後 $1 \text{ mm/s} < U < 10 \text{ mm/s}$ の範囲で極大値 (添加剤の高粘度層により負荷容量が増加して fc_0 が低下し始める領域への遷移) をとる。(2) fc_0 の極小値とそれ以下の速度領域での急増は添加剤による高粘度化表面層が Land 面に接近し支配的になることにより生じる。(3) その後の fc_0 の極大値と低減は、軸受の Taper 領域においても高粘度化層が支配的になるので負荷容量が増大し、摩擦係数が低下するために生じる。(4) $\theta = 0.01 \text{ rad}$ の場合には、 $\theta = 0.02 \text{ rad}$ の場合に比べて極小値および極大値をとる速度 U は小さくなる。これは θ が小さい方が TLTB の負荷容量が高くなるので h_m が大きくなり (Fig. 2 (b)), よって U を小さくしないと fc_0 が増加し始める $h_m \sim 5z_c$ とならないからである。(5) $r = 50$ のときの fc_0 は極小値の速度より 2~3 倍以上の速度領域で $r = 1$ のときの値に一致するので、極小値の速度の 2~3 倍以上の領域では基油のみによる軸受特性になる。(6) 軸受長 L が大きい方が大きな速度から fc_0 の極小値および極大値をとる特性が現れる。Fig. 2(a), (b) の $r = 50$ で、 $L = 300 \mu\text{m}$ と $500 \mu\text{m}$ の場合をみると、滑り速度が大きい領域では L が大きい方が h_m が大きく、よって fc_0 は小さくなるが、 fc_0 の極小・極大値近傍では L が大きい方が h_m が小さくなっている。よって fc_0 が極小・極大値をとる速度 U が大きくなるのである。

摩擦係数 fc_0 の極小・極大点

を支配する h_m の値を理解する

ために、Fig. 2 に示した $\theta = 0.02$

rad, $N = 8$, $r = 50$, $z_c = 100 \text{ nm}$, L

$= 500 \mu\text{m}$ の場合について、 h_m/z_c

における等価粘度 μ_{ef}/μ と高粘

度層分布 μ_z/μ_b を Fig. 3(a) に示す。

Fig. 2 から fc_0 の極小値と極大

値における h_m はそれぞれ 0.52 ,

$0.22 \mu\text{m}$ であるから、Fig. 3(a) で

は $h_m/z_c = 5.2, 2.2$ に相当し、こ

のときの等価粘度はそれぞれ

赤点、青点で示すように $\mu_{ef}/\mu_b =$

$\sim 3.0, 40$ となっている。即ち

land 領域の等価粘度が基油粘

度の約 3 倍になると fc_0 は極小

値となり、固体壁粘度の 80% 程

度になると極大値となる。Fig.

3(a) に示した代表的な h_m にお

けるすきま分布 h および圧力

分布 p をそれぞれ Fig. 3(b) お

よび(c) に示す。 fc_0 が極大値をとる $h_m = 0.22 \mu\text{m}$ より小さい h_m の場合は、 h_m の最小値に近い $h_m = 12.5 \text{ nm}$ におけるすきま分布と圧力分布を示している。なお極小・極大値が生じる h_m は $0.1 \sim 0.6 \mu\text{m}$ の領域である。

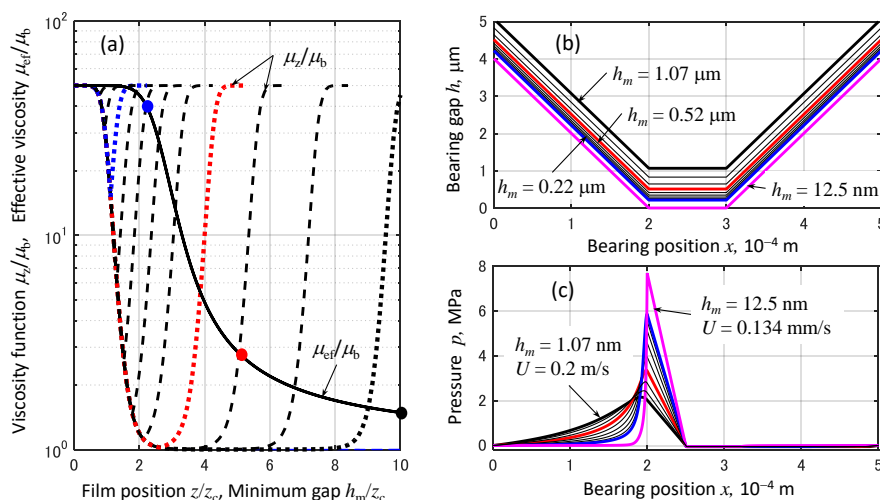


Fig. 3 (a) viscosity function μ_z/μ_b and effective viscosity μ_{ef}/μ_b , (b) bearing gap h , and (c) pressure p at various minimum gap h_m when $LP = 0.28 \text{ MPa}$, $L = 500 \mu\text{m}$, $L_1 = 200 \mu\text{m}$, $L_2 = 100 \mu\text{m}$, $\theta = 0.02$, $\mu_b = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $N = 8$, $r = 50$, and $z_c = 100 \text{ nm}$.

3.2 摩擦係数の測定例と理論値の比較

Fig. 2(a)に示した $\theta = 0.02 \text{ rad}$ のときの摩擦係数の滑り速度特性は、則久論文¹⁴⁻¹⁶⁾に示されている摩擦係数の特性に酷似している。そこで、則久らの代表的な測定例に対して、理論結果が定量的にどの程度の整合性をもつかを調べる。代表例として、論文 14 の Fig. 10 に示されている十分に running-in 処理した後の潤滑油 A, B, C の摩擦係数特性を選び、特に基油による潤滑領域から極小・極大領域の摩擦係数特性に整合するような TLTB の諸元を試行錯誤的に決定し両者を比較した。その結果を Fig. 4 に示す。

Fig. 4(a), (b), (c)における□, △, ○印は、潤滑油 A を用いて十分に running-in したときの試験片を用いて潤滑油 A, B, C を用いたとき摩擦係数のすべり速度に対する特性である。理論計算では、まず基油粘度は $0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、負荷圧力は実験条件の $PL = 0.22 \text{ MPa}$ を用い、また高粘度関数の次数 $N = 8$ を共通に用いた。同定すべき形状諸元は TLTB の軸受長 L 、傾斜角 θ 、および Taper 部 $L_1 = L\{1 - 0.2(i-1)/3\}/2$ と land 部の長さ $L_2 = 0.2(i-1)L/3$ で、 i を選択する。更に高粘度特性である壁面粘度比 r 、粘度膜厚さ z_c を、流体潤滑域から摩擦係数の最大値までの速度領域で実験値に一致するように決定した。

Fig. 4(a)は A 油の実験値を近似表現できる理論の同定値である。A 油は B, C 油に比べて、running-in 初期から混合・境界域における固体摩擦係数が減少し、running-in 後の粗さ突起の摩擦耗量が多いので $i = 4$ とした。次に $L = 300, 400, 500 \mu\text{m}$ を選んだときの他の諸元の最良推定値を示す。図から分かるように、極小値以上の速度領域での実験値への適合性から $L = 400 \mu\text{m}$, $\theta = 0.018 \text{ rad}$, $r = 55$, $z_c = 100 \text{ nm}$ が最良推定値と判断される。次に Fig. 4 (b)に示す B 油は、running-in 初期過程では混合潤滑域での摩擦係数の変化がなく、突起接触がなく流体潤滑されているようなので、 $i = 2$ と推測すると、 $r = 300$, $z_c = 300 \text{ nm}$ と大きな値が同定された。そこで摺動面は既に A 油による running-in 操作で摩擦されていることを考慮し、 $i = 3$, $L = 500 \text{ nm}$, $\theta = 0.019$, $r = 160$, $z_c = 280 \text{ nm}$ とすると、Fig. 4(b)に示すように実験値に近い摩擦係

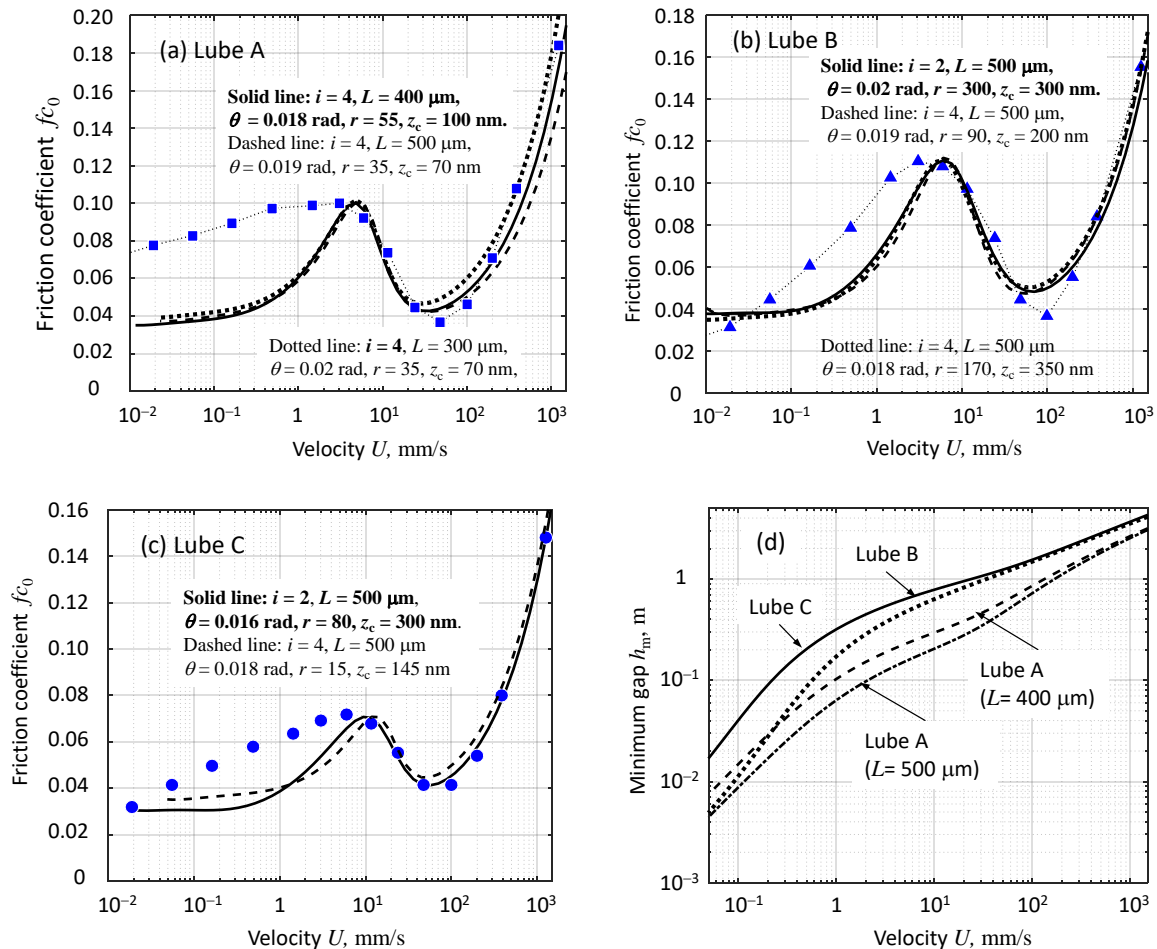


Fig. 4 Comparison between experimental and calculated friction coefficients f_{c0} of Lubricant A, B, and C versus sliding velocity U when $LP = 0.22$ MPa and $\mu_b = 0.1$ Pa·s. Experimental friction coefficients of lubricants A, B, C are reprinted from Fig. 10 in Ref. 14 and plotted with square, triangle, and circle marks in Figs. (a), (b), and (c), respectively. In calculation, N is assumed to be 8 and other bearing parameters are determined so as to give f_{c0} closest to the experimental values and are shown in each figure. (d) Calculated minimum gap h_m vs. sliding velocity.

数特性が得られた。C油は摩擦係数が小さいのが特徴で、B油と同様に running-in 操作初期から混合・境界域で突起接触せず流体潤滑により浮上しているような特性を示した。このため $i = 2$ とすると $\theta = 0.016$, $r = 80$, $z_c = 300$ nm のとき実線のように実験値に近い摩擦係数特性が得られた。Fig. 4(d)は Fig. 4(a), (b), (c)で同定された諸元を用いたときの最小すきま h_m のすべり速度特性である。A油の場合は Fig. 4(a)の $L = 400$ μm の実線に対応しており、B油の場合は実線と破線に対応しており、C油の場合は実線の条件に対応している。Fig. 4(d)の h_m の特性から以下の諸点が明らかである。(1) A油の h_m はB, C油に比べて f_{c0} が最小値から最大値をとる速度領域で 1/2 以下なので、running-in 初期から突起接触し、running-in 操作により混合・境界域で固体摩擦が逐次減少し、最後に流体潤滑化される。(2) B油は浮上すきまが大きいため、 $U > 1$ mm/s の領域では f_{c0} は running-in により減少しない。しかし $U < 1$ mm/s の領域では突起接触するので低速領域における running-in 操作により突起接触し、境界領域の固体摩擦が流体潤滑摩擦以下になる。(3) C油の h_m は低速になると B油より小さくなるので running-in により低速域の固体摩擦が低下する。これらの諸点は、論文 14 の Fig. 8 に示されている初期の running-in 操作による f_{c0} の変化特性、および Table 5 に示されている running-in 後の粗さの減少量が、A油が最も大きく、次にC油がA油の約 50%で、B油は 10%以下となっていることと整合している。また 2.1 節において、円周溝による軸受効果を Fig. 1(a)で考察し、TLTB の解析モデルの等価軸受長さを $l_{i,2} \approx 0.6$ mm, $l_{i,3} \approx 0.4$ mm と見積もったが、Fig. 4(a), (b), (c) は軸受長さを 500 μm とすると摩擦係数特性の理論値が実験値と整合することを示しており、Fig. 1(a)に示した解析モデルの妥当性が確認された。

極大値より小さい速度領域の摩擦係数特性の実験値は計算値よりかなり大きくなっているが、前報¹³⁾のキサゲテクスチャの場合には低速度域でも f_{c0} の理論値は実験値にかなり近い値をとっていることを考慮すると、理論値と実験値との乖離の原因として以下の事項が考えられる。(1) 円周溝における f_{c0} の極大値以下の領域の最小すきま h_m は 0.2 μm より小さいので (Fig. 2(a), (b)参照)、円周溝面の表面粗さ領域の高粘度層の摩擦力は滑らかな面より増加する、(2) 円周溝幅は均一ではなく 2 次的な微小な溝や粗さが存在するので、軸受負荷容量が低下し摩擦係数が増加する、(3) 高粘度層は弾性特性を有するので摩擦力には固体摩擦が含まれている、などである。円周粗さ溝はキサゲテクスチャに比べて微小形状のため、今後微小すきま領域における摩擦係数の評価にはこれらを考慮した解析が必要と思われる。

3.3 基油粘度による摩擦係数特性の変化に関する実験と理論の比較

論文 15 では、摩擦係数特性に及ぼす基油粘度の影響について、ring-on-pad 試験機を用いてパラフィン系鉱油 VG68, VG32, VG22, VG10, VG2 の 5 種類にリン酸エステル 1.0 mass% を添加したときの running-in 操作後の摩擦係数特性を Fig. 5 に示している。測定結果の特徴は、基油の低粘度化に伴い、混合潤滑領域の摩擦係数が顕著に増加し、摩擦係数の極小値と極大値を与える滑り速度も増加する傾向を示している。また境界潤滑領域の摩擦係数も低粘度化に伴い少し増加する傾向がある

そこで基油粘度の摩擦係数に及ぼす影響を計算した。VG の数値は 40°C における平均的な動粘度 (mm^2/s) を示している。VG68 の場合 25°C の粘度が 0.1 Pa·s なので、VG32, 22, 10, 2 の粘度はそれぞれ、0.05, 0.03, 0.014, 0.003 Pa·s と推定した。一方リン酸エステル添加剤による固体壁面の粘度は、基油粘度によって変化しないと考えられる。そこで VG68 の場合 $r = \mu_0/\mu_b = 50$ とすると、固体壁面粘度は $\mu_0 = 5$ Pa·s となる。よって、VG32, 22, 10, 2 のときの r 値はそれぞれ、100, 167, 357, 1667 となる。そこで軸受長さ $L = 500 \mu\text{m}$ の場合について、Taper 部と Land 部の長さをそれぞれ $L_1 = 0.4L$, $L_2 = 0.2L$ とし、 $\theta = 0.012$ rad, $PL = 0.28$ MPa, $N = 8$, $z_c = 100$ nm としたとき、基油粘度の違いによる摩擦係数の変化を Fig. 5 に実線で示す。図中において、①, ②, ③, ④, ⑤はそれぞれ VG68, 32, 22, 10, 2 の基油の場合に相当する。基油粘度が低下すると極大値が増加し、極値を与える速度も増加する特性は実験特性と定性的に一致している。

則久らの論文 15 には供試油の粘度は記述されていないが、則久氏の博士論文²⁰⁾には VG2 を除いて 25°C における粘度が記されている。そこで添加剤の固体壁面の粘度を $\mu_0 = 5$ Pa·s として、則久氏の粘度値を用いると、基油 VG68, 32, 22, 10, 2 における粘度と r 値は、それぞれ① $\mu_b = 0.138$ Pa·s and $r = 36$, ② $\mu_b = 0.0548$ Pa·s and $r = 91.2$, ③ $\mu_b = 0.0376$ Pa·s and $r = 133$, ④ $\mu_b = 0.0149$ Pa·s and $r = 336$, ⑤ $\mu_b = 0.0045$ Pa·s and $r = 1111$ (④の VG10 からの推定値) となる。これらの値を用いて fc_0 の速度特性を計算した結果を Fig. 5 に点線で示す。これから則久の粘度値を用いると②～⑤の場合の $fc_{0\text{max}}$ の値が少し大きくなり、 $fc_{0\text{min}}$ の値は一般に少し大きくなると共に $fc_{0\text{min}}$ をとる速度 U が①, ③, ⑤の場合に実線の場合より少し小さくなる。そこで則久による粘度を用いた点線の場合の摩擦係数の極大値 $fc_{0\text{max}}$ と極小値 $fc_{0\text{min}}$ およびそれらを与える滑り速度 U の理論値と実験値の比較をそれぞれ Fig. 6(a) および (b) に示す。極小値 $fc_{0\text{min}}$ を与える速度 U の実験値は①の場合以外は表示範囲を超えており示されていないが、②の場合の $U = 10^2$ mm/min における $fc_{0\text{min}}$ の値は極小値に近い値と推測されるので参考のため示した。Fig. 6 において注目すべきは、 $fc_{0\text{max}}$ の理論値は実験値とすべての粘度の領域でよく一致しており、また $fc_{0\text{max}}$ おける速度 U も低粘度の領域を除いてかなり近い値となっていることである。 $fc_{0\text{min}}$ の理論値は実験値の約 2 倍と

なりそのときの速度 U の理論値は実験値の約 1/2 であるが、Fig. 6 に示された理論値の実験値との定量的な整合性は 2.1 節で述べた解析モデルの妥当性を示しているといえよう。以上の結果から、基油粘度の違いによる摩擦係数特性の変化は本理論モデルにより理解でき、また添加剤による固体表面の高粘度の値は基油の粘度変化に影響されないことも明らかになった。

3.4 Running-in 過程における摩擦特性の変化の計算

則久論文 15 の Fig. 7 には、市販のリン酸エステル添加の摺動面専用油(ISO VG 68)について running-in 操作を行い 1,

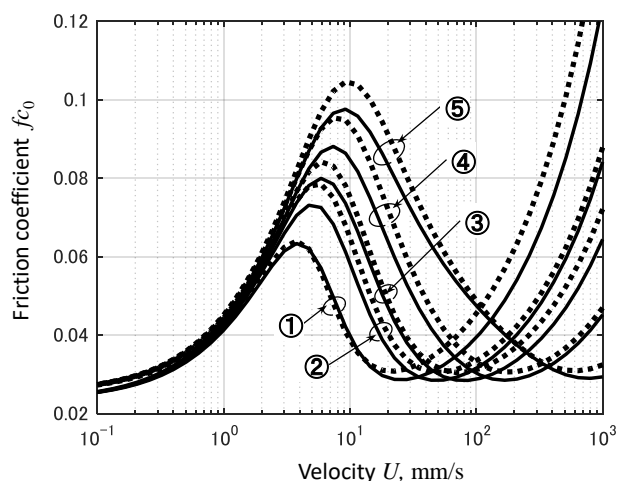


Fig.5 Calculated friction coefficient fc_0 versus sliding velocity U when $LP = 0.28$ MPa, $L = 500 \mu\text{m}$, $L_1 = 200 \mu\text{m}$, $L_2 = 100 \mu\text{m}$, $\theta = 0.012$, $N = 8$, $\mu_0 = 5$ Pa·s and $z_c = 100$ nm. Rigid lines show the cases where ① $\mu_b = 0.1$ Pa·s, $r = 50$, ② $\mu_b = 0.05$ Pa·s, $r = 100$, ③ $\mu_b = 0.03$ Pa·s, $r = 167$, ④ $\mu_b = 0.014$ Pa·s, $r = 357$, and ⑤ $\mu_b = 0.003$ Pa·s, $r = 1667$. Dotted lines show the case where ① $\mu_b = 0.138$ Pa·s, $r = 36$, ② $\mu_b = 0.0548$ Pa·s, $r = 91.2$, ③ $\mu_b = 0.0376$ Pa·s, $r = 133$, ④ $\mu_b = 0.0149$ Pa·s, $r = 336$, and ⑤ $\mu_b = 0.0045$ Pa·s, $r = 1111$.

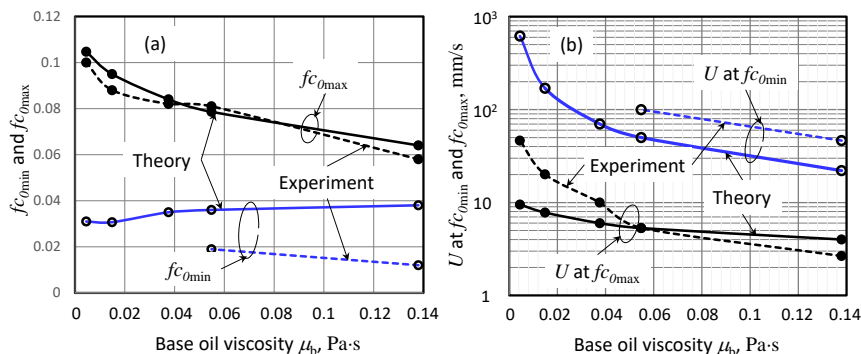


Fig. 6 Comparison between theoretical and experimental values of (a) $fc_{0\text{min}}$ and $fc_{0\text{max}}$ and (b) the velocities U at $fc_{0\text{min}}$ and $fc_{0\text{max}}$. Experimental values are derived from Fig. 5 in Ref. 16.

4, 8, 16 時間後の摩擦係数の変化が示されている。そこで、エメリー紙による円周溝粗さを形成したままの land 面のない Taper-flat bearing から running-in 操作により land 面が増加すると見なした TLTB の摩擦係数の変化を模擬計算した。計算では、running-in 操作により、軸受形状が $L_1 = L\{1/2 - 0.1(i-1)/3\}$, $L_2 = (i-1)L/30$ の式にしたがい $i = 1$ から 5 まで変化し、land 部の長さ L_2 が増加し、Taper 部の長さ L_1 が減少するときの摩擦係数および最小すきまを計算した。Fig. 7 は $L = 500 \mu\text{m}$, $\theta = 0.015 \text{ rad}$, $LP = 0.28 \text{ MPa}$, $N = 8$, $\mu_b = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $r = 50$, $z_c = 100 \text{ nm}$ としたとき、すべり速度 U における摩擦係数 f_{c0} の特性を上段に実線で示し、また最小すきま h_m の特性を下段に実線で示している。図において、running-in 操作により Land 部の長さが $L_2 = 0 \mu\text{m}$ から、 $L/30$ ($10 \mu\text{m}$), $L/15$ ($20 \mu\text{m}$), $L/10$ ($30 \mu\text{m}$), $2L/15$ ($40 \mu\text{m}$) と増加したときの摩擦係数をそれぞれ①, ②, ③, ④, ⑤で示している。破線は添加剤のない VG68 油のみの場合 ($r = 1$) について、①と④の状態における f_{c0} および h_m を示している。また青点線の a は、running-in 開始時①における固体摩擦係数 f_{c0} であり、突起接触摩擦に起因する Stribeck 曲線に相当する。縦線 A はこのときの f_{c0} の極小値の速度を示す線で、縦線 B は混合潤滑から境界潤滑に変わる位置を示している。青点線の b は running-in 経過後の状態④において添加剤のない AG68 油を用いたとき現れる主として固体接触に起因する混合・境界潤滑による摩擦係数に相当する。

まず R_{z15} $3.5 \mu\text{m}$ 程度の粗さ溝において、running-in 初期状態で摺動すると、添加剤付き VG68 油による Taper-taper bearing の粘性摩擦係数 f_{c0} は上段図の実線①となり、このときの最小すきま h_m は下段の①の実線のように変化する。 f_{c0} の極小値を通る縦線 A の速度は $U_A = 40 \text{ mm/s}$ であり、このとき縦線 A と h_m の曲線①との交点を通る青線 A' から、 $h_m = 0.35 \mu\text{m}$ となる。よって running-in 初期状態では、 $U > U_A$ の領域では流体潤滑領域であるが、 $U < U_A$ では軸受面の突起高さの方が $h_m = 0.35 \mu\text{m}$ より大きいので固体接触となる。また①の状態では添加剤による流体摩擦係数 f_{c0} の増加が小さいため、摩擦係数は a で示す青点線のように $U_B < U < U_A$ の領域では突起接触による混合潤滑の摩擦係数が現れ、 $U < U_B$ では境界潤滑による摩擦係数が現れる。次に running-in 操作を続けると、粗さ溝突起部の摩耗により land 部長さ L_2 が増加するので、特に極小値から極大値にかけて流体摩擦係数 f_{c0} が②, ③, ④, ⑤のように増加する。これと共に a の混合潤滑領域における粗さ突起の固体接触部は摩耗してなくなるので b で示す青点線のように、AB 間の固体摩擦成分は④の流体摩擦係数以下になる。この場合、境界潤滑領域の固体摩擦は④の流体摩擦より大きい、B の流体速度における h_m は、下段の④の h_m 曲線との交点から $h_m = 0.21 \mu\text{m}$ となっている。この h_m は VG68 基油のみの場合の h_m の 14 倍なので、実際には低速領域にわたって非接触状態となり、したがって上段の④に示す流体摩擦特性 f_{c0} が現れる。④の状態における Land 幅は $L_2 = L/10 = 30 \mu\text{m}$ で、更に⑤に状態になると $L_2 = 40 \mu\text{m}$ になり、更に流体摩擦は増加する。しかし実際には land 領域での固体接触がなくなると running-in 効果が進まなくなる。よって running-in 操作により増加する流体摩擦係数曲線 f_{c0} が running-in 操作により順次低下する混合潤滑領域の固体摩擦係数曲線を越えたところで摩擦係数特性は変化しなくなる。かくして running-in 操作により最終的に得られる摩擦係数特性は、land 部の増加により増加する流体摩擦係数 f_{c0} が混合潤滑領域における固体接触に起因する摩擦係数を越えたときの摩擦係数特性に相当する。

4. おわりに

本研究では、則久らの円周方向粗さをもつ ring-on-ring ないし ring-on-pad 摺動試験において、リン酸エステル添加油による running-in 操作後に得られる流体摩擦係数特性 f_{c0} を、TLTB モデルと飽和高粘度表面層モデルに基づき理論解析した。まず、円周溝に対して回転方向の滑り速度がなぜ流体潤滑特性を生じるのかについて考察し、上面で与えられた円周方向の流れが慣性効果で外側の円周溝に対して斜めに交差し TLTB 潤滑機構が形成されることを示し、溝幅の平均値が $29 \mu\text{m}$ のときの等価的な軸受長さは $600 \mu\text{m}$ 程度になると予測した。次に TLTB の軸受特性を、飽和高粘度表面層を考慮した一次元修正レイノルズ方程式を用いて解析し、基油粘度と負荷圧力の実験条件において、摩擦係数の極小値および極大値を与える最小すきま h_m の条件、およびそのときの速度に及ぼす軸受長さ、軸受傾斜角などの影響を一般的に明らかにした。次に則久論文 14 に示されている市販の 2 種類の工作機械専用油 A, B, C を用いたときの摩擦係数特性を解析し、軸受長、傾斜角、高粘度次数、固体面粘度比 r 、高粘度層厚さ z_c を適当に選択すれば、流体潤滑領域から混合潤滑領域までの流体摩擦係数が実験値にほぼ一致させることができ、また実験的に得られた潤滑油ごとに異なる多くの特徴を理解できることを示した。次に粘度の異なる 5 種類の基油を用いたときの running-in 後の摩擦係数特性を解析し、添加剤による固定壁の粘度は基油粘度によらず一定値と仮定して計算した摩擦係数 f_{c0} は実験値

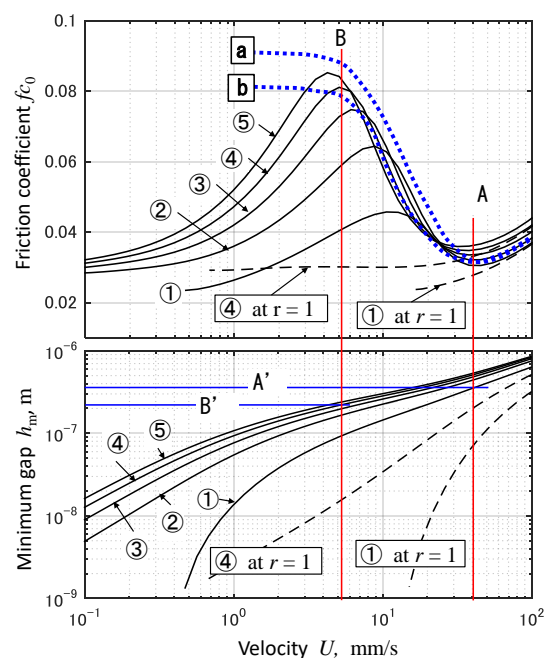


Fig. 7 Change of f_{c0} and h_m when land length increases from ① $L_2 = 0$, to ② $L_2 = L/30$, ③ $L_2 = L/15$, ④ $L_2 = L/10$, and ⑤ $L_2 = 2L/15$ through running-in process when $LP = 0.28 \text{ MPa}$, $L = 500 \mu\text{m}$, $\theta = 0.015$, $N = 8$, $r = 50$, $z_c = 100 \text{ nm}$, and $\mu_b = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$. Blue dotted lines indicated by a and b are change of friction coefficient in the mixed and boundary lubrication regimes through the running-in process

と定性的によく一致し、特に極大値と極大値を与える速度は定量的にも実験値に近い値を示すことを明らかにした。最後に、添加剤付き潤滑油による running-in 操作において、初期の混合・境界潤滑における固体摩擦特性から流体摩擦特性に変化する過程を、表面突起部が摩耗して TLTB の land 部が長くなり、流体摩擦係数が固体摩擦係数より優勢になる過程として理解できることを示した。

今後の課題は流体潤滑化テクスチャの負荷能力を高める最適設計法を明らかにし、混合・境界潤滑領域の摩擦・摩擦を低減するテクスチャ技術の適用範囲を拡大することであろう。特にレーザー等により微小な TLTB 構造を加工できれば、running-in 操作をせずに流体潤滑化テクスチャを自動加工できる可能性がある。スラスト軸受面の場合、軸受負荷圧力を高める観点から円周溝よりも最適な溝角度、溝幅、溝深さ、傾斜角 θ が存在しそうである。本解析では、溝内の表面粗さによる負荷容量および摩擦力に及ぼす影響は無視しているが、摩擦係数の極大値を与える滑り速度より低速領域における摩擦係数をさらに定量的に評価するためには円周溝の溝幅の分布および表面粗さの影響、更に微小すきまにおける弾性変形の影響などを考慮する必要がある。

なお、本論文では則久論文の測定値の引用転載に際して、共著者の糸魚川文広博士により則久孝志氏の博士論文を提供していただき、また円周溝幅の統計的平均値を提供していただいた。ここに、深謝の意を表する。

文 献

- 1) H. A. Spikes: Friction Modifier Additives, Tribol. Lett., **60** (2015) 5.
- 2) Z. Tang and S. Li: A Review of Recent Developments of Friction Modifiers for Liquid Lubricants (2007-Present), Current Opinion in Solid State and Materials Science, **18** (2014) 119.
- 3) A. Martini, U. S. Ramasamy, and M. Len: Review of viscosity modifier lubricant additives, Tribol. Lett. **66** (2018) 58.
- 4) K. Ono: Modified Reynolds Equation for High Viscosity Surface Layer and Thin Film Lubrication Analysis of Tapered/Tapered Land bearings as Models of Surface Texture, Tribol. Online, **14**, 5 (2019) 267.
- 5) K. Ono: Modified Reynolds Equations for Thin Film Lubrication Analysis with High Viscosity Surface Layers on Both Solid Surfaces and Analysis of Micro-Tapered Bearing, Tribol. Int., **151** (2020) 106515.
- 6) K. Ono: Modified Reynolds Equations for Thin Film Lubrication with Saturated High-Viscosity Surface Layer and Lubrication Analysis of Tapered Pad Bearing, Tribol. Online, **17**, 3 (2022) 207.
- 7) K. Ono: Modified Reynolds Equation for Thin Film Lubrication with Arbitrarily Enhanced Viscosity Surface Layers and Lubrication Analysis of Micro-Tapered Pad Bearing, Tribol. Online, **19**, 1 (2024) 23.
- 8) K. Ono: Modified Reynolds Equation for Confined High Viscosity Film Lubrication and Lubrication Analysis of Micro-Tapered Pad Bearing, TRON, **18**, 6 (2023) 330.
- 9) G. Guangteng, H. A. Spikes: Boundary Film Formation by Lubricant Base Fluids, Tribol. Trans., **39**, 2(1996) 448.
- 10) M. Smeeth, S. Gunsell, H.A. SPIKES: Boundary Film Formation by Viscosity Index Improvers, Tribol. Trans., **39** (1996) 726.
- 11) C. Zhang, J. Luo, S. Wen: A New Postulation of Viscosity and Its Application in Computation of Film Thickness in TFL, ASME J. Tribol., **124** (2002) 811.
- 12) 弟子丸・田中・武居: 工作機械案内面の摩擦特性に関する研究(第1報) —実用条件下での摩擦特性—, トライボロジスト, **36**, 12 (1991), 983.
- 13) 小野京右: リン酸エステル添加油によるキサゲ面スライダの軸受特性の理論解析, 2025 トライボロジー会議春 東京予稿集
- 14) 則久・糸魚川・中村・中尾: 工作機械すべりガイドの摺動性能評価装置の開発, トライボロジスト, **52**, 9 (2007), 679.
- 15) 則久・糸魚川・中村: 低面圧境界潤滑における摩擦係数の速度依存性発現メカニズム(第1報) —添加剤と摩擦係数の速度依存性の関係—, トライボロジスト, **53**, 10 (2008) 682.
- 16) 則久・糸魚川・中村・小川: 低面圧境界潤滑における摩擦係数の速度依存性発現メカニズム(第2報) —酸性リン酸エステル添加による速度依存性発現メカニズムの考察—, トライボロジスト, **53**, 10 (2008) 689.
- 17) 大村・北村・団野・川村: りん系極圧添加剤を配合した冷間鍛造用潤滑油の性能(第1報) —りん系極圧添加剤の焼き付き防止能—, トライボロジスト, **36**, 6 (1991) 452.
- 18) 大村・北村・団野・川村: りん系極圧添加剤を配合した冷間鍛造用潤滑油の性能(第2報) —複合添加系におけるりん酸の効果—, トライボロジスト, **36**, 10 (1991) 792.
- 19) 大村・北村・団野・川村: りん系極圧添加剤を配合した冷間鍛造用潤滑油の性能(第3報) —複合添加系におけるりん酸エステルの効果—, トライボロジスト, **36**, 10 (1991) 799.
- 20) 則久孝志: 低面圧境界潤滑下における低摩擦および 摩擦係数の速度依存性発現メカニズムの解明, 博士論文, 名古屋工業大学大学院工学研究科, 2008