

## 新しい考えによる氷雪の摩擦特性の解釈

### Interpretation of friction characteristics of ice and snow based on new idea

神田 一隆 (正)

Kazutaka Kanda

#### 1. はじめに

氷雪は冬の生活からウィンタースポーツまで幅広く人間生活に関わっており、その摩擦特性に関する研究は古くから行われてきた。氷雪の滑りやすさに関しても多くの説があり、圧力融解説<sup>1)2)</sup>、摩擦融解説<sup>3)5)</sup>、凝着説<sup>6)9)</sup>、氷表面の水分子回転説<sup>10)</sup>、擬似液体膜潤滑説<sup>11)14)</sup>などがそれらの代表である。中でも、摩擦融解説は最も有力な説として現在でも多くの氷雪の滑りに関する説明に使われている。しかしながら、従来の説では説明できない課題がそれぞれの説にあり、それらの課題を解消することができる新しい説が求められている。また、実用上は雪道用タイヤやスノーウエアのように、氷雪上で滑りにくくすることも重要な課題であるが、その方策を考える上でも氷雪の摩擦を合理的に説明できる理論が必要である。

そこで、筆者はそれらの課題を解決するため、摩擦による融解水の影響が大きいと考えられた  $10^{-2} \text{ ms}^{-1}$  以上の速度域における氷雪の新しい滑りに関する考え方<sup>15)</sup>を提案した。すなわち、氷雪と硬質スライダーの摩擦においては、氷雪の接触部が塑性変形して高い温度になり、即発的に水蒸気と水を生成する。それにより氷雪とスライダーの真実接触部が切り離されることで摩擦面のせん断力が低下し、低い摩擦係数になるという考えである。また、発生した水蒸気と水は気液混合体として摩擦面に介在し、界面のせん断力を低下させて摩擦係数を下げる効果を持つと考えた。本研究では、この新しい考え方をを用いて氷雪の摩擦係数の速度依存性、温度依存性、スライダーの硬さ依存性、荷重依存性などの解釈を試みた。さらに、従来の諸説で説明できなかった課題についても新しい考えによる解釈を行った。

#### 2. 新しい考えが必要な背景

圧力融解説および摩擦融解説では、氷や雪の摩擦係数が低くなる理由として摩擦界面に融解水が存在するためと考えられている。確かに水は非常に粘度の小さい流体であるが、日常生活の多くの場面で経験するように物体の表面に水が存在すると水がない場合よりも滑りやすくなるが、氷のように非常に滑りやすくなる訳ではない。このことから、水の存在が低い摩擦係数をもたらすという考えに疑問が残し、その後の様々な理論が提案される背景の一要因になっていた。本研究でも、融解水が生成することのみで氷雪が低摩擦係数を発現することは前提としていない。

氷雪の摩擦においては、例えば  $1 \text{ ms}^{-1}$  から徐々に摩擦速度を下げると摩擦係数が次第に上昇する現象がある。摩擦融解説では速度低下とともに融解水の生成量が少なくなり摩擦係数が上昇すると説明されるが、摩擦係数が上昇すると融解水の量が増えて摩擦係数を下げるという相反する効果もあるので、この現象を摩擦融解説で説明するには矛盾がある。別の課題として、氷雪の摩擦融解による融解水厚さの測定値は  $1 \mu\text{m}$  以下であるが、摩擦熱から計算される融解水厚さはそれより  $1 \text{ 桁}$  以上厚いという違いや、摩擦試験で測定された氷の融解量が摩擦熱から計算される融解量より約  $1 \text{ 桁}$  少ないという違い<sup>16),17)</sup>もある。これらも摩擦融解説では説明できない現象である。

氷の表面が擬似液体膜を形成しているとする擬似液体膜潤滑説や、氷表面の水分子が球形であるため転がり摩擦状態になり、低摩擦係数が得られるとする表面分子回転説は、融解水がない状態でも低摩擦係数を示す新しい理論として引用される。しかし、擬似液体膜潤滑説や表面分子回転説は空気や真空などの自由表面に対して解析されているが、実際の摩擦は摺動材料の二面間が接触して運動しているので自由表面とは異なった状態であることを考慮する必要がある。また、摩擦理論では、摩擦係数の変化の他に、どのように摺動材料の摩耗が進行するのかを示すことができることも重要な要素である。摩擦融解説の場合には氷雪が融解することで摩耗が進行することは容易に理解できるが、擬似液体膜潤滑説や表面分子回転説では表面現象を摩耗のプロセスにどのように結びつけることができるか明確ではない。実際の氷雪の摩擦では、氷雪の表面だけでなくその下層を含めて激しく変化していると推定される。このため、氷雪の表面特性だけで摩擦特性を説明することは不適切であると考えられる。

氷雪が低摩擦係数を示す現象だけではなく、ゴムのような軟質材料が氷雪に対して比較的高い摩擦係数を示す理由も明確ではなかった<sup>9)</sup>。これらのことから、氷雪の摩擦に関する新しい考えが求められていた。

#### 3. 氷雪の摩擦に関する新しい考え

上述のような氷雪の摩擦に関する多くの課題を解決するため、筆者は従来の報告を参照しながら、氷雪の摩擦・摩耗に関する新しいメカニズムを検討した。その結果、氷雪の摩擦において、低摩擦係数を発現する状況下では、摩擦により融解水だけではなく、水蒸気も同時に発生しているとする考えに至った。それを図示すると Fig. 1 のようになる。

この図はスライダーが氷より十分に硬い時の摩擦の過程を示している。Figure 1(a)はその初期状態を示しており、両者が接触して氷の突起が弾性変形している状態を示している。この段階ではまだ突起部の発熱は少ないが、さらにスライダーが進むと Fig. 1(b)のように氷が塑性変形して発熱する。その熱の影響で氷の塑性変形部近傍が高温になり、Fig. 1(c)に示すように水蒸気と水が生成し、氷とスライダーの突起部が消滅して両者間に作用する力が無くなる。これ

により、氷の摩擦係数が著しく低くなっていると考えられる。また、図示はされていないが、発生した水蒸気と水の混合流体は界面のせん断力を低下させて摩擦係数を下げる役割も果たしていると考えられる。

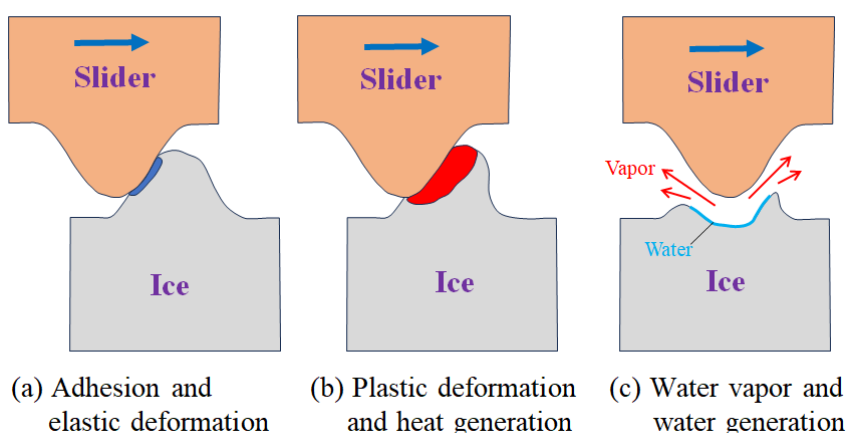


Fig. 1 A schematic diagram showing the process from the adhesion of slider to ice to the generation of water and water vapor.

水蒸気と水が発生した痕跡は Marmo et al.<sup>18)</sup>の氷と鉄の摩擦試験の報告に見られる。試験は温度 $-25.1^{\circ}\text{C}$ 、速度  $0.30\text{ m s}^{-1}$ で行われ、このときの摩擦係数は  $0.07$ であった。これより摩擦速度が約  $1$ 桁遅い  $0.03\text{ ms}^{-1}$ の試験ではこのような空洞は観察されなくなり、摩擦係数は  $0.16$ と高くなっている。同様な空洞は温度 $-4^{\circ}\text{C}$ 、速度  $0.06\text{ ms}^{-1}$ で行われた Kuroiwaの報告<sup>17)</sup>にも見られる。これらの空洞は、摩擦により接触部近傍が瞬間的に高温になり、高圧の水蒸気と水が発生した痕跡であると考えられる。

氷の摩擦により起こる現象は、金属同士の摩擦にも通じるところがある。Bowden and Taborの著書<sup>19)</sup>によれば、例えば鋼とコンスタンタンの摩擦試験によるスライダの温度上昇は比較的厳しい見積もりで  $200^{\circ}\text{C}$ 程度とされているが、界面の真実接触部では短時間に最高温度（閃光温度）が  $1000^{\circ}\text{C}$ に達していることが示されている。この閃光温度は  $10^{-4}\text{ s}$ 以下の短時間に発生する現象であり、この時間は例えば大きさが  $10^{-5}\text{ m}$ の摺動材料の突起上をスライダの突起が  $10^{-1}\text{ ms}^{-1}$ で通過する時間  $10^{-4}\text{ s}$ に相当する。また、同書には閃光温度がその融点を超えないことが示されている。この考えに従えば、氷が溶けて生成される水の温度は融点の  $0^{\circ}\text{C}$ を超えないことになり、本研究の考えとは矛盾する。金属の場合は融点と沸点が大きく離れているのに対し、水の場合はわずか  $100^{\circ}\text{C}$ 離れているだけである。このため、局部的に短時間に熱が発生すると氷の分子が高いエネルギーを受けて水蒸気になると考えられる。金属の場合でも狭い範囲へのレーザ照射やアーク放電により局部的に高い熱エネルギーを受けると固体が直接蒸発することを考えると、氷が直接水蒸気になる現象も容易に理解できる。

#### 4. 新しい考えによる氷の摩擦現象の説明

氷雪の摩擦に関する新しい考え方においても、氷雪の摩擦特性や摩耗特性を解釈できることが重要である。摩擦については本研究の考え方においても、従来の摩擦融解説と同様に氷が融解あるいは蒸発で失われると考えるので特段の問題はない。しかし、速度依存性や温度依存性は氷雪の摩擦特性を解釈する上で非常に重要であるので合理的に説明できる必要がある。荷重依存性に関しては、面圧とともに真実接触面積が増加するので面圧の変化は小さくなり、従来の報告<sup>20)</sup>に見られるようにその変化は比較的少ない。

氷雪の摩擦係数は一般に摩擦速度が  $10^{-3}\text{ ms}^{-1}$ 付近から上昇すると低下し、 $1\text{ ms}^{-1}$ 前後で最低値を示し、さらに速度が増加するとわずかに上昇する傾向がある。Fig. 2には本研究の考えによる摩擦速度の変化に対して起こるであろう代表的な現象を模式的に示した。

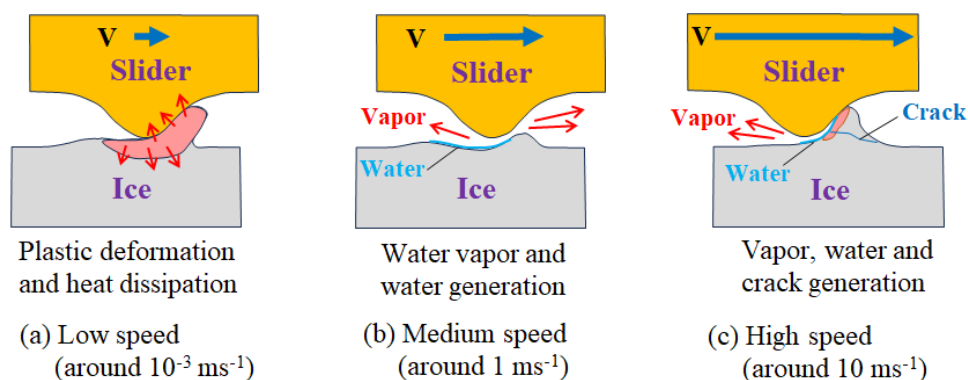


Fig. 2 Schematic drawings showing the phenomena of ice friction as a function of sliding speed.

氷雪が滑りやすいと感じる速度  $1 \text{ ms}^{-1}$  付近では Fig. 2(b)に示すように、前節の Fig. 1(c)のような現象が起きていると考えられる。摩擦速度が  $10^{-3} \text{ ms}^{-1}$  付近へ低下すると、氷の塑性変形に関わる時間が長くなり、発生した熱が拡散されるため、閃光温度が低くなって水蒸気の発生が少なくなり、凝着部のせん断が遅くなるので摩擦係数は高くなる。摩擦速度が  $10 \text{ ms}^{-1}$  付近へ上昇すると、Fig. 2(c)に示すように氷の塑性変形とともに突起部のせん断が起こると考えられる。突起部のせん断は摩擦速度の上昇とともに接触の早い段階で起こるようになるので、水蒸気の発生が少なくなり、摩擦係数が徐々に上昇することになる。従来は高速領域の摩擦係数の増加の要因として、空気抵抗や突起同士の衝突による効果が増えるためではないかと考えられていたが、本研究の考え方を採用することで、高速度で摩擦係数が上昇する要因も合理的に解釈することができる。

氷雪の摩擦係数は一般に低温で高く、 $-7^\circ\text{C}$ 前後で最低値を示し、さらに温度が上がると徐々に上昇し、融点付近で急激に高くなる。Fig. 3に本研究の考えによる氷雪の摩擦係数の温度特性を説明するための模式図を示す。この図は、摩擦速度がスキーやスケートなどの代表的な滑り速度  $1 \text{ ms}^{-1}$  付近、スライダーが氷より十分に硬い材料を前提としている。

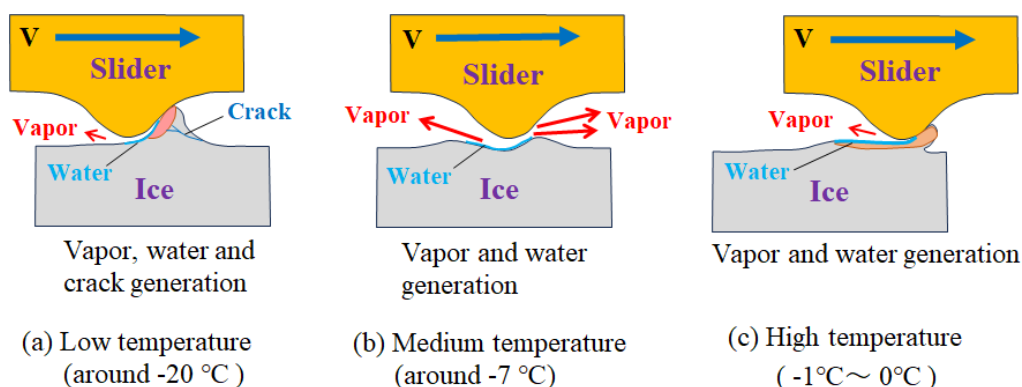


Fig. 3 Schematic drawings showing the phenomena of ice friction as a function of temperature.

氷雪の摩擦係数が最も低い $-7^\circ\text{C}$ 前後では、Fig. 3(b)のように水蒸気と水が生成して接触部が切り離される現象が主に起きていると考えられる。温度が $-20^\circ\text{C}$ 付近へ低下すると、Fig. 2(a)に示したように、氷の硬さが上昇し、塑性変形量が減少するとともに、クラックが発生して凝着部がせん断されるようになる。これにより、水蒸気と水の発生量が減少して凝着部が離れにくくなるとともに、凝着部のせん断に要するエネルギーが必要になり、摩擦係数が上昇すると考えられる。温度が融点付近まで上昇すると、氷の硬さが低下し塑性変形量が増加するが、塑性変形に要するエネルギーが少なくなるので、閃光温度が低下して水蒸気の発生量が減少することになり、凝着部が切り離されにくくなる。このため、摩擦係数は $-7^\circ\text{C}$ 前後から温度とともに徐々に増加するようになる可以考虑することができる。従来は、氷の融点付近で摩擦係数が上昇する要因として、融解水の増加による流体力学的な効果や、氷の軟化による掘り起こし効果がそれらの主たる要因であろうと推測されてきた。これらの要因も無視できるわけではないが、水蒸気発生による凝着部のせん断力低下効果は融点付近の摩擦係数の変化を説明するのにより適していると考えられる。

氷雪の摩擦係数はスライダーの硬さにも依存する。例えばゴムのような柔らかい材料は氷上で約 0.3 の比較的高い摩擦係数を持つが、鉄などの硬質材料はそれより 1 桁以上低い摩擦係数を示す。その理由としては、ゴムが氷粒を包み込むため氷のせん断に要する力が大きくなるためと考えられていたが、明確ではなかった。Fig. 4にはスライダーの硬さが氷より十分に柔らかいときの摩擦の状態を示したものである。Fig. 1～Fig. 3に示した図はスライダーが氷より硬質な組み合わせであるが、この図ではスライダーの方が氷より柔らかいのでスライダーの方が変形している。

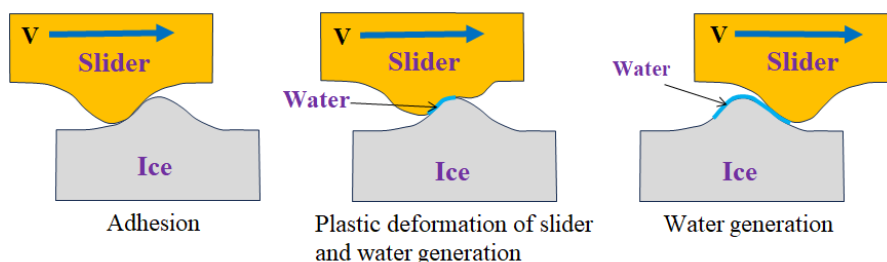


Fig. 4 A schematic diagram showing the friction phenomenon that occurs when the slider is much softer than ice.

本研究の考えによれば、スライダーの方が変形すると氷内部は発熱せず、したがって閃光温度は著しく低くなり、水蒸気は発生しない。したがって、この組み合わせの摩擦においては突起同士を切り離す現象がなくなるので、摩擦係数は大きくなる。しかし、摩擦による熱は発生するので、その大部分は氷の融解に使われ、硬質スライダーの場合

より厚い融解水層が形成される。摩擦面に表面粗さ以下の厚さの融解水層が形成されても、それが両者間の摩擦係数を著しく低くすることはないので、軟質材料が氷雪に対して高い摩擦係数を持つことになると考えられる。実際に Tuononen et al.<sup>21)</sup>によるゴムと氷の摩擦試験では、氷の表面に融解水が生成した痕跡は観察されているが、水蒸気が発生した痕跡と考えられる空洞は観察されていない。このように、本研究の考えを取り入れることで、従来説明が困難であった軟質材料が氷雪に対して比較的高い摩擦係数を持つ理由を矛盾なく説明することができるようになった。

## 5. 本研究の考え方による諸現象の新たな解釈

### 5-1 融解水厚さの実測値と計算値の違い

摩擦融解説では摩擦熱による融解水の厚さは摩擦係数を支配する重要な因子と考えられていることから、その厚さは様々な研究で調べられ、実測値ではその多くが  $10^{-6}$  m 以下の値が得られている。融解水の厚さは摩擦係数、摩擦速度、荷重および真実接触面積から求めることができる。例えば、摩擦熱のすべてが氷の融解に使われると仮定すると、幅 1.2 mm、氷との接触長さ 150 mm のブレードを使用し、荷重 700 N、速度  $1 \text{ m s}^{-1}$ 、摩擦係数 0.02 の条件でスケートで滑走した場合、真実接触面積を 100% とすると、融解水の厚さは約  $36 \times 10^{-6}$  m になる。この値は Bowden and Hughes<sup>22)</sup>が雪面をスキーで摩擦係数 0.05、荷重 735 N、真実接触面積  $1 \times 10^{-6} \text{ m}^2$  の条件で滑走した時の融解水層の計算厚さ  $55 \times 10^{-6}$  m にも近い。これらの例に見られるように、融解水の厚さは実測値と計算値が 1 桁以上異なることが問題であった。

本研究では、摩擦係数が低い条件の時は氷とスライダーの凝着部で水蒸気と水が生成していると考えている。氷の融解熱は  $333.5 \text{ kJ kg}^{-1}$ 、氷の昇華熱は  $2830 \text{ kJ kg}^{-1}$  であり、約 8.5 倍の違いがある。このときの昇華熱は標準状態の  $100^\circ\text{C}$  の水蒸気の生成に対応しているが、氷の閃光温度がさらに高くなると生成する水蒸気の温度がさらに高くなると考えられるので、氷の昇華に使われるエネルギーが氷の融解に使われるエネルギーの 8.5 倍以上になる。これらのことから、氷雪とスライダーの摩擦において、氷雪が瞬間的に高温に達して水蒸気と水を生成し、摩擦熱の大部分が高温の水蒸気の生成に使われ、融解水の生成が 1 桁以上少なくなると解釈することでこの問題を無理なく解消することができる。

### 5-2 雪の融解量の実測値と計算値の違い

Kuroiwa<sup>17)</sup>は氷の摩擦試験で氷の融解量を測定し、その融解に消費された熱量は摩擦熱の 1.1% に相当すると報告している。この違いは非常に大きく、摩擦融解説のひとつの問題であった。Kuroiwa はこの違いは摩擦熱の大部分が氷とスライダーへ逃げたために生じたと考えた。しかし、本研究の考えによれば、閃光現象は  $10^{-4} \text{ s}$  以下の短時間現象であり、摩擦熱が摩擦材へ逃げたと考えるよりその大部分が氷の昇華すなわち水蒸気の生成に使われたと考えることでこの違いを合理的に解釈することができる。

### 5-3 冬用タイヤの溝パターン

スノータイヤのゴムには一般に普通タイヤのそれより軟らかいゴムが使われている。その理由としては、従来軟らかいゴムが氷粒を包み込みせん断力が増えるからと考えられてきた。また、スノータイヤの溝間隔は普通タイヤより狭く作られている。その理由としては、摩擦で生成した融解水を摩擦面から速く除くためと解釈されている。しかし、タイヤがスリップして生成する融解水の量を概算するとタイヤ 1 本当たり  $1 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  以下であり、これは通常の降雨時に路面に存在する量と同等またはそれ以下であり、融解水を摩擦面から除去する目的だけであれば溝は普通タイヤと同じ設計でも十分である。冬用タイヤに軟らかいゴムを使う理由は 3 節で述べた軟らかいスライダーと氷の間で起こる現象を考えると無理なく解釈できる。溝間隔を狭める方が滑りに対して効果を発揮するのは、融解水とともに生成する水蒸気が気液混合流体として摩擦面のせん断力を下げるので、水蒸気を速く摩擦界面から除去するためと考えられる。十分に軟らかいタイヤを使うと氷雪から水蒸気は発生しないはずであるが、実際にはゴムに含まれる硬質添加物の影響、タイヤに押された雪同士の摩擦、溝に噛み込まれた雪と路面の雪の摩擦などで水蒸気が発生していると考えられる。

第 3 節では本研究の考え方として、摩擦で生成した水蒸気と水の混合流体が摩擦面のせん断力を下げて摩擦係数の低下に寄与していると述べたが、この考えは冬用タイヤの特性を基にしている。また、雪の粒子が小さいほどスキーの摩擦係数が大きいという Colbeck の報告<sup>23)</sup>があるが、これは雪の粒子が小さいほど発生した水蒸気が摩擦面から速く逃げることによる現象と考えられる。このことから、氷の摩擦で発生した水蒸気は融解水とともに気液混合流体として摩擦面のせん断力を低くしていると推論することができる。

### 5-4 マグネシウム板が良く滑る理由

McConica<sup>24)</sup>は様々なスキー板で摩擦特性を調べ、マグネシウム板が最も良く滑るという結果を得た。そして、その要因は、マグネシウムと氷の反応により水素が発生してスキー板を浮かせるためと考えた。マグネシウムと氷の反応で生成する水素の量は不明であるが、そのガスでスキー板を浮かせると考えたところに無理がある。例えば通常のスキー板でも摩擦で生成する水の量は数  $10 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$  程度であり、隙間の多い雪の上でそれ以上のガスが生成されたとしてもスキー板を浮かせるには不十分である。また、マグネシウム板の説明だけでは一般のスキー板が雪の上で良く滑る説明には繋がらない。

本研究の考えを用いると、雪の上での滑走ではどのスキー板でも水蒸気と水が生成してスキーの摩擦係数を下げる

が、マグネシウム板の場合にはそれに加えて摩擦面の一部でマグネシウムと氷の反応が起こり、その熱で発生した水蒸気と水で凝着点が離れるとともに、発生した水素が水蒸気と水の気液混合液体に加わり摩擦係数をさらに下げたと考えると McConica の結果を無理なく説明することができる。

## 6. おわりに

筆者は氷雪の摩擦に関し、氷と硬質スライダーの摩擦においては、氷の接触部が塑性変形して高い温度になり、即発的に水蒸気と水を生成する。それにより氷とスライダーの真実接触部が切り離されることで摩擦面のせん断力が低下し、低い摩擦係数を発現する。さらに、生成した水蒸気と水は気液混合体となって摩擦面のせん断力を下げることによって摩擦係数低下に寄与する、という考え方を提案した。

本研究では、この考え方を基に氷雪の摩擦係数の速度依存性および温度依存性について固体接触の模式図を用いて説明した。その結果、従来の諸説では説明が難しかった氷雪の摩擦特性を説明できることが分かった。また、スライダーの硬さが氷より十分に軟らかい場合の摩擦モデルから、従来は十分に理解できていなかったゴムのような軟質材料が氷雪に対して比較的高い摩擦係数を持つ理由も明らかにすることができた。さらに、従来から課題であった摩擦面の融解水の厚さ、および摩擦試験における氷雪の融解量の実測値と摩擦熱から計算される値に大きな差がある理由も新しい考え方をを用いることで説明できるようになった。

以上のことから、筆者が提案した氷雪の摩擦に関する新しい考え方をを用いることで、従来の諸説以上に氷雪の摩擦特性を合理的に説明できることが明らかとなった。

## 文献

- 1) J. Joly: The phenomena of skating and Professor J. Thomson's thermodynamic relation, In Sci. Proc. R. Soc. Dublin News, Series 5 (1886) 453.
- 2) O. Reynolds: On the slipperiness of ice, Mem. Proc. Manchester Lit & Phil. Soc., 83, 5 (1899) 1.
- 3) F. P. Bowden & T. P. Hughes: The mechanisms of sliding on ice and snow, Proc. Roy. Soc. Lond. A, 172 (1939) 280.
- 4) D. Tabor & J. C. F. Walker: Creep and friction of ice, Nature, 228 (1970) 137.
- 5) P. Oksanen & J. Keinonen: The mechanism of friction of ice, Wear, 78, 3 (1982) 315.
- 6) C. D. Niven: A proposed mechanism for ice friction, Can. J. Phys., 37, 3 (1959) 247.
- 7) K. Tusima: Friction of a steel ball on a single crystal of ice, J. Glacio., 19, 81 (1977) 225.
- 8) N. Maeno & M. Arakawa: Adhesion shear theory of ice friction at low sliding velocities, combined with ice sintering, J. App. Phys., 95, 1 (2004) 134.
- 9) K. Tusima: Adhesion theory for low friction on ice, New Tribological Ways, Ghrib T., IntechOpen, (2011) 301.
- 10) B. Weber, Y. Nagata, S. Ketzetzi, F. Tang, W. J. Smit, H. J. Bakker, E. H. G. Backus, M. Bonn & D. Bonn: Molecular insight into the slippiness of ice, J. Phys. Chem. Lett., 9, 11 (2018) 2838.
- 11) W. A. Weyl: Surface structures of water and some of its physical and chemical manifestations, J. Collid Sci., 6, 5 (1951) 389.
- 12) J. J. Koning, G. D. Groot & G. J. V. Ingen Schenau: Ice friction during speed skating, J. Biomech., 25, 6 (1992) 565.
- 13) F. Paesani & G. A. Voth: Quantum effects strongly influence the surface premelting of ice, J. Phys. Chem. C, 112 (2008) 324.
- 14) T. Kling, F. Kling & D. Donadio: Structure and dynamics of the quasi-liquid layer at the surface of ice from molecular simulations, J. Phys. Chem. C, 122, 43 (2018) 24780.
- 15) 神田一隆: 氷雪の滑りやすさに関する新しい考え方, 雪氷研究大会(長岡・2024)講演要旨集 B3-13, (2024) 115.
- 16) 藤岡敏夫: 雪橇の抵抗 V - 積雪と板との平面摩擦 3 -, 低温科学 物理編, 20 (1962) 159.
- 17) D. Kuroiwa: The kinetic friction on snow and ice, J. Glacio., 19, 81 (1977) 141.
- 18) B. A. Marmo, J. R. Blackford & C. E. Jeffree: Ice friction, wear features and their dependence on sliding velocity and temperature, J. Glacio., 51, 174 (2005) 391.
- 19) F. P. Bowden & D. Tabor: The friction and lubrication of solids, Chapter 2, Clarendon Press, Oxford, U. K. (1954). (パウデン・テイバー: 固体の摩擦と潤滑(第4版), 曾田範宗訳, 丸善株式会社 (1985) 30-51.)
- 20) A-M. Kietzig, S. G. Hatzikiriakos & P. Englezos: Physics of ice friction, J. Appl. Phys., 107 (2010) 081101.
- 21) A. J. Tuononen, A. Kriston & B. Persson: Multiscale physics of rubber-ice friction, J. Chem. Phys., 145, 11 (2016) 114703.
- 22) F. P. Bowden & T. P. Hughes: The mechanisms of sliding on ice and snow, Proc. Roy. Soc. Lond. A, 172 (1939) 280.
- 23) S. C. Colbeck: The friction of snow skis, Proc. of the 1992 Int. Snow Science Workshop, Colorado, USA (1992) 18.
- 24) T. H. McConica: Sliding on ice and snow. Report to the research and development branch, Office of the Quartermaster General U. S. Army, American Ski Company (1950) 1.