

統計解析による潤滑油の圧力粘性係数 α の推算Estimation of pressure viscosity coefficient α of lubricants by statistical analysis

高圧物性ラボ（正）*金子 正人

Masato Kaneko*

* High-Pressure Property Laboratory (E-mail: mk3111@outlook.jp)

1. はじめに

1959 年に Dowson らが発表した Reynolds 方程式にもとづく EHL 理論により、軸受・歯車やトラクションドライブなどのヘルツ接触面での油膜厚さと圧力分布を求めることが可能となった^{1~3)}。ここで、式(1)に示す Dowson-Higginson 油膜厚さの式の材料パラメータには、潤滑油の圧力粘性係数が含まれており、目的とする温度での高圧粘度を測定することで圧力粘性係数を求めるのが一般的である。このように、圧力粘性係数は圧力、温度に依存することが知られているが、圧力粘性係数-圧力-温度の関係式は未だ得られていない。

一方、近年では機械学習に代表されるような、統計手法を用いた解析が盛んに行われるようになり、理論が明確になっていくとも予測が可能となってきている^{4,5)}。そこで、本研究では経験や理論に基づくことなく、統計解析による潤滑油の圧力粘性係数の推算について検討した。

その結果、統計解析による圧力粘性係数の推算式として、2 变数 3 次多項重回帰圧力粘性係数式を導出した。この推算式に物理的意味はないが、EXCEL の回帰分析を用いて自動計算により簡単に求められるとともに、内挿領域の誤差%の標準偏差が小さいことから有効性は高いことがわかった。以上のように、統計解析により、経験や理論に基づくことなく、圧力粘性係数の予測が可能なことが検証できたので報告する。

$$\frac{h_{min}}{R} = 2.65 \left(\frac{\eta_0 U}{ER} \right)^{0.7} (\alpha E)^{0.54} \left(\frac{W}{ERL} \right)^{-0.13} \quad (1)$$

2. 実験

2.1 対象とするサンプル油

対象とするサンプル油は、文献 6) に記載のある市販のエンジン油、変速機油、ギヤ油、冷凍機油、トラクション油、油圧油および各種基油単体の Lubricant 1~16 の 16 種類を用いた。なお、主成分である基油組成としては、パラフィン系鉱油、ナフテン系鉱油とともに、ポリ α オレフィン(PAO)、ポリアルキレングリコール(PAG)、ポリビニルエーテル(PVE)等の各種合成基油である。さらに、ASME 報告⁷⁾ にある Code No. 8-C, 9-C, 10-C, 11-C および 12-C の 5 種類を加え、合計 21 種類を用いた。

2.1 実験方法

往復ピストン式高圧粘度測定装置を用い、各温度、圧力における粘度を測定した。Fig. 1 に測定装置外観および粘度測定部を示す。±0.1°Cで温度コントロールされたチャンバー内の粘度測定部に潤滑油を充填し、本装置に接続した昇圧ポンプにより加圧する。10 分間保持したのち、一定温度、一定圧力のもと粘度を測定する。粘度は 2 つの電磁コイル間をピストンが 5mm 往復する時間により求める。なお、粘度と時間の関係は、ISO17025 の標準油 (Kochler S6 fluid Lot # 170310) の既知粘度をもとに求めた。また、測定範囲は圧力 0.0001~0.26GPa、温度 25~98.9°C、粘度 2~200mPa·s の範囲である。

一方、ASME の粘度測定方法は落球式で、粘度計を反転することにより断続的に繰返し測定を行う方法であり、静置状態から粘度を測定する方法である。また、測定範囲は、圧力 0.0001~1.04GPa、温度 0~204°Cである。

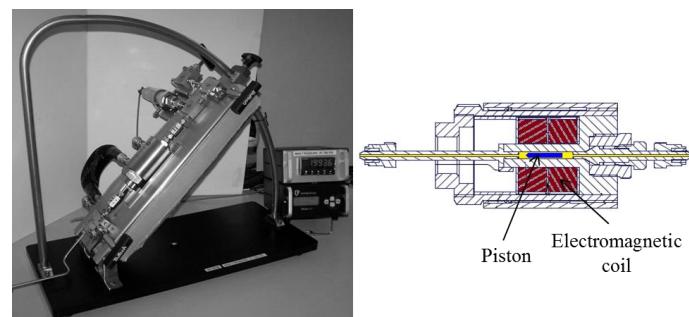


Fig. 1 Test apparatus for high pressure viscosity and measurement part

3. 実験結果

3.1 圧力粘性係数

一例として、Lubricant 1 の各圧力、温度における粘度および式(2)の Barus 式から求めた 33 個の圧力粘性係数 α_B を

Table 1 に示す. また, $\eta - P$ 線図, $\alpha_B - P$ 線図および $\alpha_B - T$ 線図を Figs. 2~4 に示す.

$$\ln(\eta_{pt}/\eta_{0t}) = \alpha_B P \quad (2)$$

3.2 2 変数 3 次多項重回帰圧力粘性係数式の導出

Lubricant 1 の圧力粘性係数は, Fig. 3 に示すように, 圧力に対して上凸曲線にて変化する. また, Fig. 4 に示すように, 温度に対して直線および下凸曲線にて変化する. なお, Fig. 5 に示すようにサンプル油の 1 つである ASME 10-C は, 圧力に対して下凸曲線にて変化する. また, Fig. 6 に示す Lubricant 14 のように温度に対して上凸曲線にて変化するものもある. そこで, これらの直線や曲線を統計解析するために, 圧力粘性係数 α を目的変数とし, 温度 T, T^2, T^3 と圧力 P, P^2, P^3 の 6 つを説明変数とする 2 変数 3 次多項式について重回帰分析し, 式 (3) に示す重回帰圧力粘性係数式を導出した.

$$\begin{aligned} \alpha_B = & I + C_{T1}T + C_{T2}T^2 + C_{T3}T^3 \\ & + D_{P1}P + D_{P2}P^2 + D_{P3}P^3 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで, 注意すべきことは, 式(3)は統計解析手法を用いた式であり, 物理的意味はない. また, 解析は EXCEL の回帰分析を用いて自動計算した. 各サンプル油の PRC 値(偏回帰係数: $I, C_{T1}, C_{T2}, C_{T3}, D_{P1}, D_{P2}, D_{P3}$)を Table 2 に示す.

3.3 Lubricant 1 の圧力粘性係数の推算

Table 2 に示す PRC 値を用いて, Lubricant 1 の圧力粘性係数の推算値 α_{mr-eq} を算出した. なお, Table 1 の α_B との誤差%, 誤差%の最大値, 最小値および誤差%の標準偏差を Table 3 に示す. また, Lubricant 1 の α_B と α_{mr-eq} の $\alpha - P$ 線図の比較結果および相関性を Fig. 7 に示す. ここで, α_B と α_{mr-eq} のとの誤差%は-4.38~5.62%の範囲にあり, 誤差%の標準偏差は 2.10

Table 1 Viscosity and Pressure viscosity coefficient α_B of Lubricant 1

Sample	Lubricant 1								
	$T, ^\circ\text{C}$	40	60	80	100	$\eta_{obs}, \text{mPa}\cdot\text{s}$	α_B	$\eta_{obs}, \text{mPa}\cdot\text{s}$	α_B
P, GPa									
0.000	29.52		16.12		9.852		6.549		
0.025	45.37	17.19	23.21	14.58	13.63	12.98	9.020	12.81	
0.050	68.27	16.77	33.95	14.90	19.17	13.31	12.32	12.65	
0.075	98.49	16.07	48.59	14.71	26.70	13.29	16.63	12.43	
0.100	136.4	15.30	67.39	14.30	36.44	13.08	22.11	12.17	
0.125	182.2	14.56	90.64	13.81	48.65	12.78	28.95	11.89	
0.150	-		118.6	13.30	63.54	12.43	37.32	11.60	
0.175	-		151.5	12.80	81.36	12.06	47.40	11.31	
0.200	-		189.7	12.33	102.3	11.70	59.36	11.02	
0.225	-		-		126.7	11.35	73.38	10.74	
0.250	-		-		154.7	11.02	89.64	10.47	

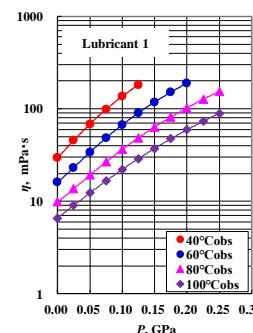


Fig. 2 Viscosity vs pressure of Lubricant 1

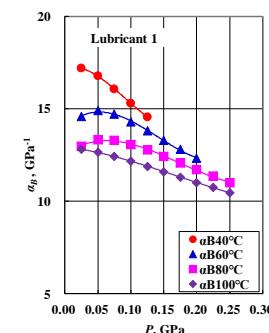


Fig. 3 α_B vs pressure of Lubricant 1

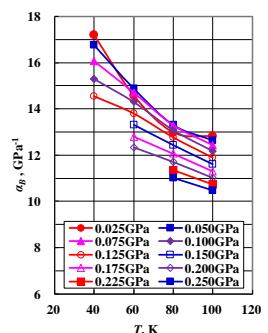


Fig. 4 α_B vs temperature of Lubricant 1

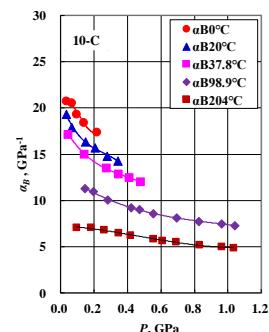


Fig. 5 α_B vs Pressure of 10-C

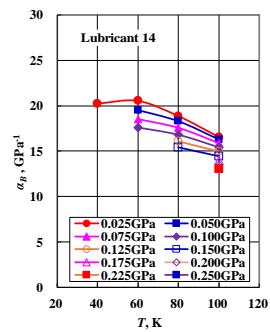


Fig. 6 α_B vs Temperature of Lubricant 14

Table 2 PRC values of Test Samples

Test Sample	Oil Type	C-C Bond Form or Base Oil	PRC value						
			I	C_{T1}	C_{T2}	C_{T3}	D_{P1}	D_{P2}	D_{P3}
Lubricant 1	Engine Oil	MO-P	1.377E+02	-7.608E-01	1.455E-03	-8.352E-07	1.901E+00	-1.210E+02	2.926E+02
Lubricant 2	ATF	MO-P	5.366E+02	-4.340E+00	1.215E-02	-1.150E-05	1.667E+01	-1.910E+02	4.315E+02
Lubricant 3	Base Oil only	MO-P	-3.899E+02	3.952E+00	-1.254E-02	1.299E-05	-6.322E+00	-4.010E+01	9.108E+01
Lubricant 4	Gear Oil	MO-P	3.417E+02	-2.587E+00	7.023E-03	-6.514E-06	-1.296E+01	-2.987E+01	1.056E+02
Lubricant 5	Refrigeration Oil	MO-N	-1.944E+03	1.800E+01	-5.440E-02	5.423E-05	5.393E+01	-4.026E+02	7.505E+02
Lubricant 6	Traction Fluid	SY-N	5.660E+02	-4.134E+00	1.056E-02	-9.127E-06	-7.418E+01	6.431E+02	-1.755E+03
Lubricant 7	Base Oil only	PAO	-2.646E+02	2.551E+00	-7.573E-03	7.343E-06	-3.228E+01	7.816E+01	-9.307E+01
Lubricant 8	Hydraulic Fluid	PAO	2.464E+02	-1.834E+00	4.879E-03	-4.398E-06	1.580E+01	-2.153E+02	4.635E+02
Lubricant 9	Refrigeration Oil	PAG	7.605E+02	-6.110E+00	1.666E-02	-1.518E-05	1.072E+01	-1.283E+02	2.589E+02
Lubricant 10	Refrigeration Oil	PAG	-1.056E+03	9.694E+00	-2.893E-02	2.851E-05	-4.455E+01	2.193E+02	-4.426E+02
Lubricant 11	Refrigeration Oil	PVE	1.207E+03	-9.748E+00	2.674E-02	-2.459E-05	-1.256E+01	-3.668E+01	1.027E+02
Lubricant 12	Refrigeration Oil	PVE	-1.319E+03	1.213E+01	-3.625E-02	3.577E-05	-2.131E+01	1.319E+01	6.673E+00
Lubricant 13	Base Oil only	DTDA	-2.386E+02	2.658E+00	-8.830E-03	9.413E-06	4.412E+00	-1.081E+02	2.403E+02
Lubricant 14	Refrigeration Oil	POE	-8.105E+02	7.101E+00	-2.003E-02	1.861E-05	-3.374E+01	5.977E+01	-2.904E+01
Lubricant 15	Base Oil only	AB(Soft)	-2.681E+00	5.511E-01	-2.511E-03	3.087E-06	2.340E+00	-1.201E+02	2.924E+02
Lubricant 16	Base Oil only	AB(Hard)	-3.360E+03	2.972E+01	-8.655E-02	8.353E-05	6.340E+01	-5.446E+02	1.169E+03
8-C	Single compound	ACHC	1.279E+02	-6.065E-01	1.061E-03	-6.214E-07	-2.469E+01	4.060E+01	-2.341E+01
9-C	Single compound	CSHC	1.386E+02	-9.004E-01	2.162E-03	-1.755E-06	-2.574E+01	4.312E+01	-2.482E+01
10-C	Single compound	ACHC	1.102E+02	-6.041E-01	1.280E-03	-9.427E-07	-2.411E+01	3.550E+01	-1.775E+01
11-C	Single compound	CSHC(n-C16)	3.273E+04	-3.027E+02	9.298E-01	-9.475E-04	-3.797E+00	-3.017E+01	5.302E+01
12-C	Single compound	ACHC	1.904E+02	-1.147E+00	2.536E-03	-1.928E-06	-1.927E+01	2.781E+01	-1.374E+01

MO-P/Paraffinic mineral oil, MO-N/Naphthenic mineral oil, SY-N/Synthetic naphthenic oil, PAO/Poly- α -olefine, PAG/Polyalkylene glycol, PVE/Polyvinylether
DTDA/Ditridecyl Adipate, POE/Polyester, AB/Alkyl Benzene, 11-C/n-Hexadecane, ACHC/Alicyclic hydrocarbon, CSHC/chain saturated hydrocarbon

と小さく、決定係数 R^2 も 0.9690 であり重回帰式(3)の有効性は高い。

また、導出した推算式は、式そのものに圧力粘性係数データが内蔵されており、目的の圧力、温度を入力するだけで圧力粘性係数を推算できるという優れた特徴があることがわかった。

なお、Lubricant 2~16, ASME 8-C, 9-C, 10-C, 11-C および 12-C について、 α_B と α_{mr-eq} の α - P 線図を、文末の Appendix Fig. A1 に示す。

以上のように、2変数3次多項重回帰圧力粘性係数式の導出により、潤滑油の圧力粘性係数の推算ができることがわかった。なお、式(3)は、Fig. 8 に示す $PT\alpha_B$ の3次元曲面をそのまま解析したことを意味する。

Table 3 Calculation of pressure viscosity coefficient α_{mr-eq} of Lubricant 1

Sample	Lubricant 1 α_{mr-eq}							
	40		60		80		100	
$T, ^\circ\text{C}$	α_{mr-eq}	error%	α_{mr-eq}	error%	α_{mr-eq}	error%	α_{mr-eq}	error%
0.000								
0.025	16.44	-4.38	14.79	1.45	13.64	5.10	12.95	1.12
0.050	16.29	-2.85	14.65	-1.68	13.50	1.38	12.81	1.25
0.075	16.05	-0.12	14.40	-2.09	13.25	-0.29	12.56	1.09
0.100	15.73	2.82	14.09	-1.50	12.94	-1.07	12.25	0.65
0.125	15.38	5.62	13.73	-0.57	12.59	-1.48	11.89	0.03
0.150			13.37	0.47	12.22	-1.68	11.53	-0.66
0.175			13.01	1.62	11.86	-1.67	11.17	-1.24
0.200			12.70	3.00	11.55	-1.32	10.86	-1.50
0.225					11.30	-0.44	10.61	-1.21
0.250					11.15	1.24	10.46	-0.07
max error%	5.62		3.00		5.10		1.25	
min error%	-4.38		-2.09		-1.68		-1.50	
$\Delta(\text{max-min})\%$	10.01		5.09		6.77		2.75	
Standard deviation σ	4.08		1.84		2.12		1.06	
Standard deviation σ					2.10			

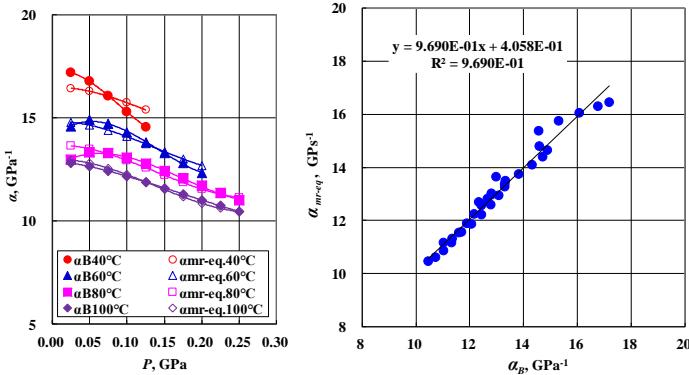


Fig. 7 Comparison of α_B and α_{mr-eq} of Lubricant 1

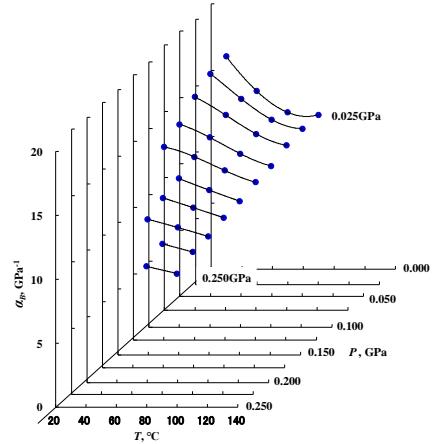


Fig. 8 $PT\alpha_B$ 3-dimensional curved surface of Lubricant 1

4. 結論

本研究において、新たに統計解析手法を用い、回帰式の2変数3次多項重回帰圧力粘性係数式を導出し、潤滑油の圧力粘性係数の推算に応用した。その結果、

- (1) 本推算式は、統計解析のため自動計算が可能であるため導出性に優れ、有効性は高いことがわかった。また、式そのものに圧力粘性係数データが内蔵されており、目的の圧力、温度を入力するだけで圧力粘性係数を推算できるという優れた特徴がある。なお、本推算式は $PT\alpha_B$ の3次元曲面をそのまま解析したことを意味する。
- (2)統計解析により、経験や理論に基づくことなく、圧力粘性係数の予測が可能なことが検証できた。
- (3)注意すべきことは、本推算式は統計解析手法を用いた式であり、物理的意味はない。

文献

- 1)Dowson D., Higginson G. R., "A Numerical Solution to Erasto-hydrodynamic Problem", JMES, Vol. 1, No. 1(1959), pp. 6-15.
- 2)Dowson D., Higginson G. R., "The Effect of material properties on the lubrication of elastic rollers", JMES, Vol. 2, No. 3 (1960), pp. 188-194.
- 3)Dowson D., Higginson G.R. & Whitaker A.V., "Erasto-hydrodynamic Lubrication, A Survey of Isothermal Solutions", JMES, Vol. 4, No. 2 (1962), pp. 121-126.
- 4)鷲津仁志：トライボロジー一分野におけるデータ科学の活用と今後の展望, トライボロジスト, 67, 12 (2022) 815.
- 5)金子正人：トライボロジー・ナウ・トライボエピソード・潤滑油の高圧物性（第5報）, トライボロジスト, 67, 11 (2022) 786.
- 6)金子正人：潤滑油の高圧物性(第1報)-粘度の圧力、温度、密度関係式の導出-トライボロジスト, 62, 10 (2017) 654.
- 7)ASME Research Publication: Pressure Viscosity Report Vol.1 & Vol.2, ASME (1953).

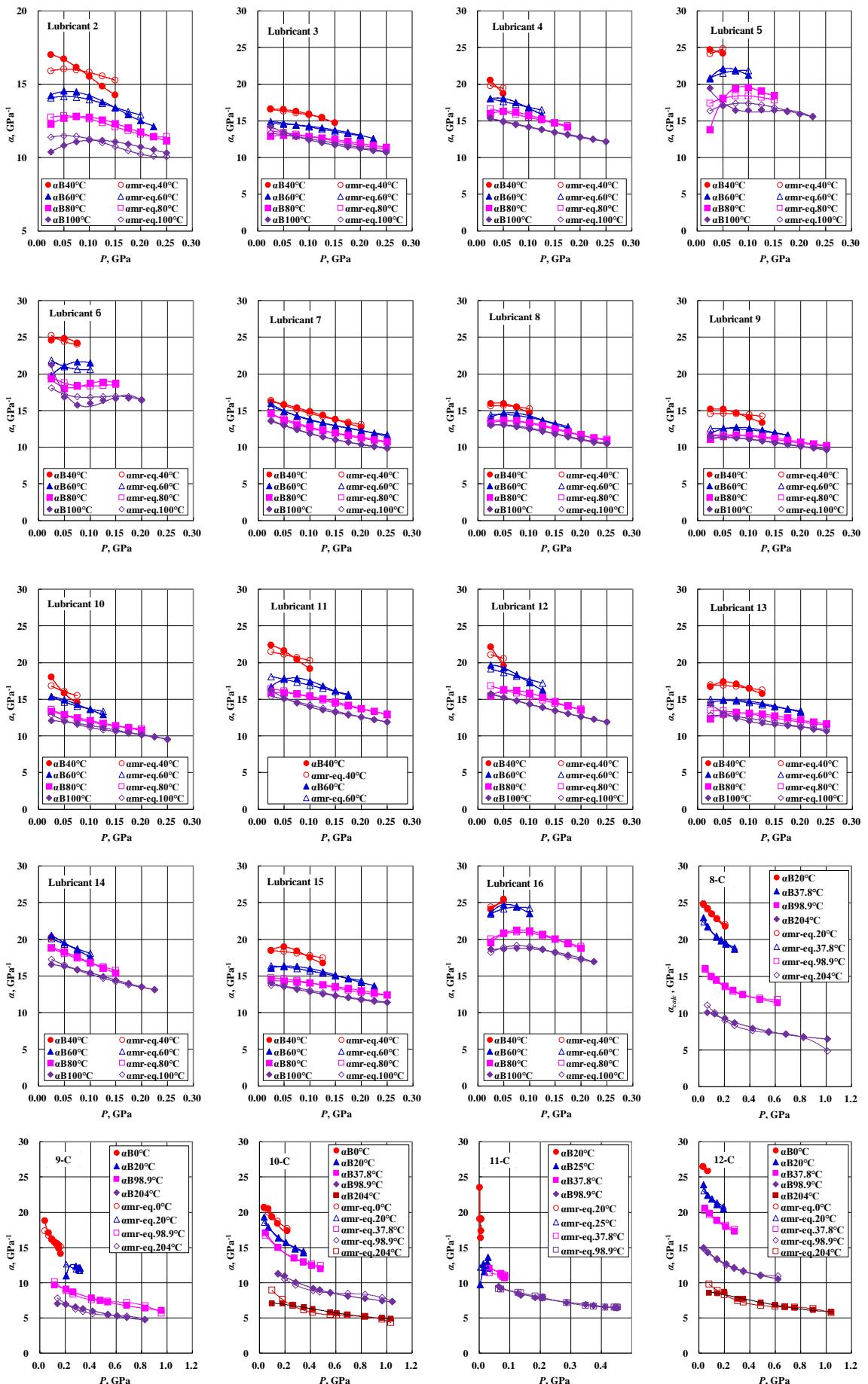


Fig. A1 Comparison of pressure viscosity coefficient α_B and $\alpha_{mr-eq.}$ of Lubricant 2~16, ASME 8-C, 9-C, 10-C, 11-C, 12-C