

固着すべり遷移における圧子の浮上と摩擦力の回転の重要性

Significance of probe vertical lift and friction vector rotation in stick-to-slip transitions

横国大(学)※渡辺 稔紀, (正)中野 健

Toshiki Watanabe[†], Ken Nakano[†]

[†]Yokohama National University

1. 緒言

水平面上で静止した物体を横から押すと、物体はあるとき突然動き出す。このように、接触する二物体の相対速度が零から有限の値に変化する現象を固着すべり遷移と呼び、機械要素だけでなく、触覚、靴、地震など、様々な分野で研究されている。近年の精密な実験により、固着からすべりへの一見不連続に見える遷移は、実際には低速すべりから高速すべりへの連続的な遷移であることが示されている[1]。固着すべり遷移の理論研究では、実験で確認された低速すべりを表現するために、「速度状態依存型摩擦則」[2]と呼ばれる摩擦則が用いられる。この摩擦則は、仮想的に導入した状態変数を微分方程式により更新し、摩擦係数の決定式と連立させて、複雑な摩擦現象を表現する。同理論を用いると、低速すべりを含む固着すべり遷移の実験結果が再現できる。しかし、このような数学的手法は、物理的解釈が難しく、現在でも多くの議論がなされている。

近年の研究で、数学的な記法に頼ることなく、純粋な力学の枠組みのみで、低速すべりを含む固着すべり遷移を表現する二つの理論が提案されている。一つは、接触面内のミスマライメントを考慮して、摩擦力ベクトルの回転により固着すべり遷移を説明する動的固着理論[3]である。もう一つは、接触する二物体の貫入量を考慮して、圧子の浮上現象[4]により固着すべり遷移を説明する理論である。前者では静摩擦を用いずとも、後者では明示的な摩擦則すら用いずとも、低速すべりを含む固着すべり遷移が表現される。本研究では、上記の二つの理論が共存しうるモデルを構築し、各理論の妥当性と関係性を明らかにする。

2. 方法

本研究で用いたモデルを図1に示す。(a)が鳥瞰図、(b)が上面図、(c)が側面図である。 x 方向のばね(剛性: k_x)に支持された球状の剛体圧子(曲率半径: R 、質量: m)が、一定の荷重(荷重: $W = mg$)で粘弹性ファンデーション(弾性係数: K 、減衰係数: C)と接触する。粘弹性ファンデーションは、 x 方向からミスマライメント角 φ (以降、ミスアラ角)だけ z 軸周りに回転した方向に一定速度 V で駆動する。各粘弹性要素は互いに独立であり、変形量と変形速度に比例する斥力を接触面に垂直な方向に生じる。剛体圧子は、 y 方向には完全に拘束され、 x 方向と z 方向の自由度を持つ。剛体圧子の運動方程式は以下のように書ける。

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{xy} \cos \theta - k_x x \\ F_z - W \end{pmatrix} \quad (1)$$

ただし、 F_{xy} と F_z はファンデーションから剛体圧子に伝わる合力の水平面成分(摩擦力に相当)と鉛直成分(垂直抗力に相当)であり、 θ は摩擦力 F_{xy} の x 軸からの角度である。十分に細かく時空間を分割し、運動方程式を二つの条件で数値計算した。計算条件は、 $R = 1\text{ mm}$ 、 $K = 10^{10}\text{ N/m}^3$ 、 $C = 10^{10}\text{ Ns/m}^3$ 、 $m = 10\text{ kg}$ 、 $k_x = 1\text{ kN/m}$ を一定とし、一つ目の条件(図2(a))では $\varphi = 0^\circ$ 、 $V = 5\text{ mm/s}$ 、二つ目の条件(図2(b))では $\varphi = 10^\circ$ 、 $V = 50\text{ mm/s}$ とした。

3. 結果および考察

まず、時空間を理論的に無次元化した。無次元時間 $\tau (= (k_x/m)^{1/2}t)$ は固有角振動数により無次元化し、無次元位置 $\tilde{x} (= xk_x(8R^3K/W^5)^{1/4}/\cos\varphi)$ と $\tilde{z} (= z(\pi R K / W)^{1/2})$ は、無次元速度 $V(C/K)(K/RW)^{1/4}$ と同じとき平衡点が一意に定まるよう定義した。代表的な二種類の数値計算の結果を図2に示す。上から、剛体圧子の x 座標、 z 座標、摩擦力の向きの時系列信号である。 x 座標の時系列信号から、二つの結果は、変位が概ね $x = Vt$ の関係で線形的に増加する固着区間と、短時間で急落するすべり区間があり、どちらも典型的な固着すべり遷移の時系列信号といえる。厳密には、固着区間では、変位と時間の線形関係はわずかに崩れており、低速すべりが現れている。

次に、固着すべり遷移のメカニズムを考察する。先行研究では、すべり速度が増加すると、剛体圧子が浮上すること[4]と、摩擦力ベクトルが回転すること[3]が、それぞれ別のモデルを用いて示されている。先行研究と同様の解析を本モデルに適用すると、固着からすべりに遷移すると予想される臨界の z 座標と摩擦力の向きを導出できる。臨界の z 座標は $\tilde{z} = -0.68$ であり、そのときの臨界すべり速度は $v_{crz} = 1.6(K/C)(RW/K)^{1/4}$ となった。臨界の摩擦力の向きは $\theta = 30^\circ$ であり、そのときの臨界すべり速度は $v_{cr\theta} = 2V\sin\varphi$ となった。図2の青色の破線は、それぞれの臨界値を表している。図2(a)を見ると、 x 座標が急落するタイミングで z 座標が臨界値

を跨いでいることがわかる。一方、摩擦力の向き θ は、(計算誤差を除けば)常に $\theta = 0^\circ$ または 180° のどちらかを示しており、連続的な変化はない。**図 2 (b)**では、摩擦力の向き θ が連続的に変化し、 x 座標が急落するタイミングで臨界値を跨いでいる。一方、 z 座標が臨界値を跨ぐのは初期の一回である。すなわち、**図 2 (a)**では剛体圧子の浮上が、**図 2 (b)**では摩擦力の回転が、固着すべり遷移を支配している。**図 2 (a)**の計算条件は $v_{\text{crit}} < v_{\text{crit}}$ の関係にあり、**図 2 (b)**はその反対である。このことから、固着すべり遷移を支配する物理現象は臨界すべり速度の競合により決まり、臨界すべり速度が大きい方の物理現象に支配されることがわかった。

4. 結言

本研究では、固着すべり遷移を説明する二つのメカニズム(圧子の浮上と摩擦力の回転)が共存しうるモデルを用いて、各メカニズムの妥当性と関係性を考察した。結論として、二つのメカニズムは、どちらも数値計算により確認でき、妥当であることが明らかになった。また、固着すべり遷移は、臨界すべり速度が大きい方の物理現象に支配されることがわかった。

謝辞

本研究は CREST(JPMJCR2193)と ERATO(JPMJER2401)の助成を受けて実施した。

文献

- [1] V. L. Popov, B. Grzemba, J. Starcevic, M. Popov: "Rate and state dependent friction laws and the prediction of earthquakes: What can we learn from laboratory models?", *Tectonophysics*, 291, 532-535 (2012).
- [2] J. H. Dieterich: "Modeling of rock friction: 1: Experimental results and constitutive equations", *Journal of Geophysical Research*, 84, 2161 (1979).
- [3] K. Nakano, V. L. Popov: "Dynamic stiction without static friction: The role of friction vector rotation", *Physical Review E*, 102, 063001 (2020).
- [4] T. Watanabe, S. Hatanaka, K. Nakano: "Dimensionless numbers and master curves for sliding friction from the Kelvin-Voigt viscoelasticity of solids", *Tribology Online*, 18, 406-416 (2023).

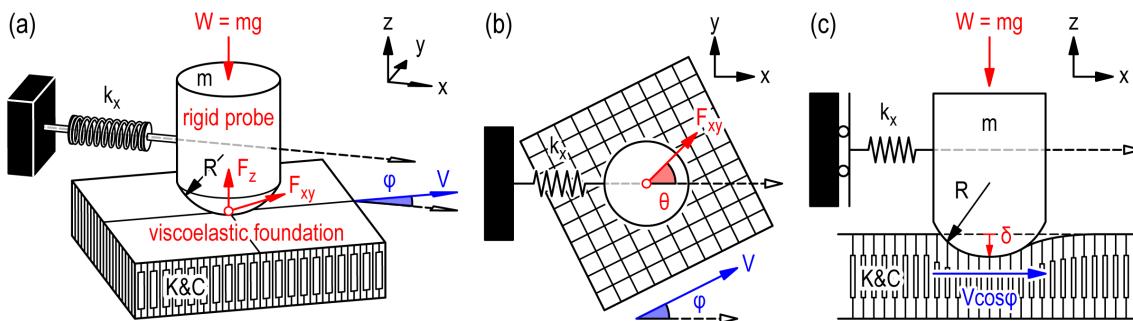


図 1 モデル ((a): 鳥瞰図, (b): 上面図, (c): 側面図)

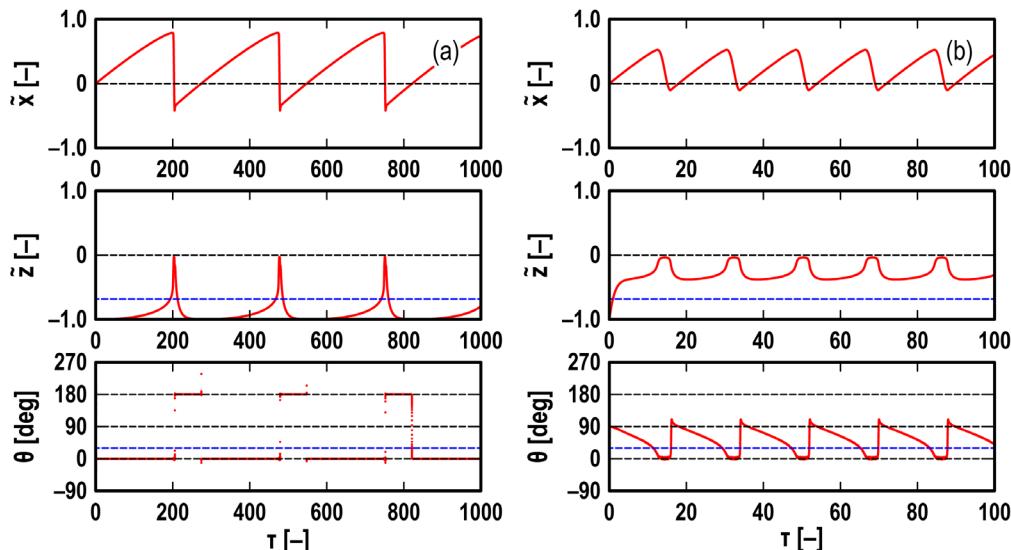


図 2 プローブの位置と摩擦力の向きの時系列信号 ((a): $\varphi = 0^\circ$, $V = 5 \text{ mm/s}$, (b): $\varphi = 10^\circ$, $V = 50 \text{ mm/s}$)