

ヘルツ接触理論及び影響係数を用いた粗面の簡易的な接触解析法

Simplified contacting analysis method between rough surfaces using Hertzian contact theory and influence coefficients

岩手大・院（学）*加藤 史也 岩手大・理工（正）内館 道正

Fumiya Kato*, Michimasa Uchide*

*Iwate University

1. 緒言

機械部品の接触は接触剛性、摩擦摩耗、熱伝導など多くの現象に影響を及ぼす¹⁾。そして機械部品の性能に影響を与えるため、機械の高精度化のためには接触状態を詳細に知ることが強く求められている²⁾。接触の解析手法として、表面性状を統計的に記述した統計的手法と表面性状データを直接用いる直接数値シミュレーションの2つに大別できる³⁾。統計的手法においては、Greenwood-Williamson モデル⁴⁾（以下 GW モデルと呼ぶ）に代表される接触モデルが多く用いられる。しかし、これらの統計的モデルでは接触突起間の相互作用による表面変形（以下、突起間干渉と呼ぶ）を考慮していない。また、平均的な数値として接触挙動を理解できるが、解析面内の表面変位や応力分布などの局所的な情報を得ることができない⁵⁾。直接シミュレーションは、統計的手法の表面形状記述における仮定がなく、より現実的なシミュレーションが期待できるが、多大な計算時間を要し解析領域は狭い傾向にある⁶⁾。小林ら（2002）⁵⁾は突起の変形現象をヘルツ接触と突起間干渉による変形に単純化した解析モデルを提案したが、手法は確立されていない。

そこで本研究では、Hertz 接触及び突起間干渉を考慮した接触変形モデルを提案し、統計的に記述された粗さ面にそのモデルを適用した。そして、提案手法の接触挙動における妥当性を検証するため、従来手法との比較を行った。

2. 接触変形理論

2.1 突起間干渉を考慮したランダム表面の接触変形

接触による粗さ突起の変形は①直接接触による変形と②突起間干渉による変形の2つに大別できる。①の直接接触による変形は、着目する突起に直接作用する荷重によって生じる変形量 δ であり、Hertz 接触により以下の式で与えられる¹⁾。

$$\delta = \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \times \frac{1}{E^{\frac{2}{3}} R^{\frac{1}{3}}} \times W^{\frac{2}{3}} \quad (1)$$

ここで、 W は荷重、 E は接触面同士の等価ヤング率、 R は突起先端曲率半径を表す。②の突起間干渉による変形は、着目する突起とは別の突起に作用する荷重によって生じる変形量 ω で、影響係数を用いて以下の式で与えられる⁶⁾。

$$\omega = \frac{2}{E \times \pi \times l} \times W \quad (2)$$

ここで、 l は突起間距離を表し、式(2)中の分数部分を影響係数という。影響係数から、突起間距離が近いほど突起間干渉による変形量は大きくなることがわかる。式(1)、(2)より、粗さ突起の変形量の総和は以下の連立方程式で表される。

$$\begin{cases} S_1 = \delta_1 + \sum \omega \\ S_2 = \delta_2 + \sum \omega \\ \vdots \\ S_N = \delta_N + \sum \omega \end{cases} \quad (3)$$

ここで、 $S_i (i = 1, 2, \dots, N)$ における S は各突起の合計変位量であり、下付き添え字 i は突起番号、 N は全突起数である。

2.2 統計処理を用いた表面の接触変形

統計モデルでは、①突起間干渉を考慮しない⁵⁾、②すべての突起粗さは同じ曲率半径 β を持つ、③球状の粗さ突起群から成る粗面と平滑面との弾性接触、④粗さ分布及び突起分布は正規分布、⑤ $\eta\beta\sigma_* = \text{constant} \sim 0.03 - 0.05$ ⁷⁾ という仮定をおいている。B.Bhushan(1999)⁷⁾による推定式を以下に示す。

$$A_r \cong \frac{6.4W}{E\sqrt{\sigma_*}/\beta} \quad (4)$$

ここで、 η は突起密度、 σ_* は突起分布の標準偏差、 W は接触荷重、 β は突起先端の曲率半径である。

3. 接触解析アルゴリズム

接触頂上周囲の弾性接触を考慮に入れ、頂上を球形状とするランダム表面と剛体平面との接触を考える。Figure 1 に解析アルゴリズムの模式図を示す。まず、頂上は独立に変形すると考え、Process(i)からProcess(ii)のように、最大山高さを持つ突起を基準高さ z_c まで押し込む。このとき接触頂上高さは均一ではなく、高さのばらつきを持っている。しかしながら、接触時は z_c に各突起高さが収束する。そのため、このばらつきを小さくするため各接触突起の高さを z_c に調整する工程 Process(ii)、Process(iii)を繰り返し、式(5)、(6)に示す目的関数の最小化問題を解くことにより接触

荷重を算出する．計算終了時 (Process(iv)) で 2 表面間に働く全体荷重は各接触突起に負荷される荷重の和となる．また，式 3) は非線形型連立方程式のため，ガウスの消去法などの一般的な解法で解を得ることは困難である．そのため，本研究では修正パウエル法で式(3)の解を求める．

$$F(W) = [f_1(W), f_2(W), \dots, f_n(W)]^T \quad (5)$$

$$f_i(W) = z_i - z_c \quad (6)$$

4. 解析条件

本研究では，粗面に軟鋼（ヤング率：196GPa，ポアソン比：0.29），平滑面にアルミナ（ヤング率：340GPa，ポアソン比：0.25）を用いた．また，作成した表面形状の設定条件を Table 1 に示す．Condition①は，突起密度と曲率半径にばらつきがあった場合の検証を目的とし，Condition②は統計的手法と比較を行うために同一の曲率半径とした．

Table 1 Conditions for graphy surface topology

Condition	A_n	R	σ_R	σ_*	η	$\eta\beta\sigma_*$
①	2.4 mm×2.4 mm	100 μ m	20 μ m	3 μ m	17,87,174 個/mm ²	-
②	2.55 mm×2.55 mm	68 μ m	0 μ m	3 μ m	174 個/mm ²	0.03

5. 解析結果

5.1 提案モデルにおける突起密度変化時の比較

解析結果として，突起高さが正規分布の表面における接触圧力および真実接触面積の関係を求めた．その解析条件を Table 1 の Condition①に示す．圧入深さを突起高さの平均まで 1 μ m 間隔とした．解析結果を Fig.2 に示す．この図から突起数の増加に従ってグラフの傾きが増加することがわかる．また，直接探索法を用いた手法では $\eta = 17$ 個/mm² までしか計算ができず計算時間も約 6 分であったが，同条件下で提案モデルでは約 1.2 秒未満で計算できることを確認した．

5.2 統計的解析手法との比較

突起高さが正規分布の表面において，本モデルと統計的解析手法との比較を行った．その解析条件を Table 1 の Condition②に示す．解析結果を Fig.3 に示す．低面圧では統計的手法と本モデルとの間には比較的近い結果が見られ，高面圧下では明確な差異が見られた．これは低面圧下では突起間干渉の影響が小さいこと，統計的解析手法が突起間干渉を考慮していないなど，本モデルと異なる解析条件を用いたことによって生じた結果だと考えられる．

6. 結言

Hertz 接触及び突起間干渉を考慮した接触変形モデルを提案し，統計的に記述された粗さ面にそのモデルを適用して種々の解析条件化において数値シミュレーションを行い，次の知見を得た．

- (1) 本解析において突起密度を変化させた結果，突起密度とともに傾きが増加することを確認した．また，提案モデルでは突起頂上数 1000 点までの範囲において約 3.5 分未満で計算できることを確認した．
- (2) 統計的解析手法と本モデルとの比較を行い，低面圧では両手法の間には比較的近い結果が見られ，高面圧下では明確な差異を確認した．

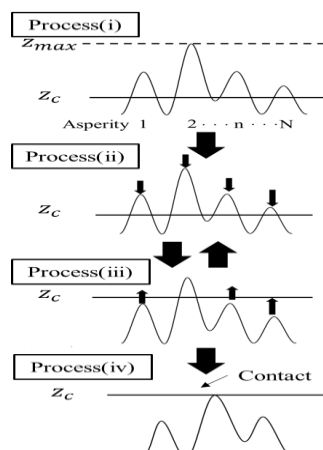


Fig.1 Algorithm of contact analysis

文献

- 1) 山本ら：トライボロジー（第2版），オーム社（2010）27.
- 2) T.Tomota et al., Scientific Reports, 12（2022）178
- 3) 杉村，トライボロジスト，39，3（1994）208.
- 4) J.A. GreenWood, et al., Proc. Roy. Soc. Lond. , A295（1966）300.
- 5) 小林ら，トライボロジスト，47，8，（2002）645.
- 6) 内館，潤滑経済，570（2012）4.
- 7) B. Bhusharn, Wiley-Interscience（1999）238.

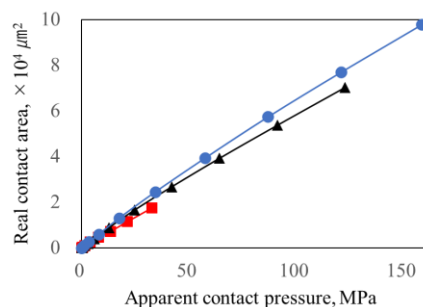


Fig.2 Relationship between apparent contact pressure and real contact area

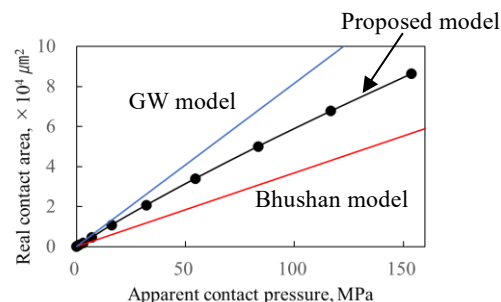


Fig.3 Relationship between apparent contact pressure and real contact area