

多様な表面トポグラフィにおける混合潤滑の数値解析

Numerical Analysis of Mixed Lubrication under Various Surface Topography Conditions

電中研（正）*安藤 翼 電中研（非）米澤 宏一 電中研（非）服部 康男

Tsubasa Ando*, Koichi Yonezawa*, Yasuo Hattori*

*Central Research Institute of Electric Power Industry

1. はじめに

電力業界においても、発電システムの信頼性向上とコスト低減の必要性から、回転機械の摩擦・摩耗の低減による機械寿命の延長や、早期の異常検知を実現する技術の重要性が増している。特に流体軸受の起動・停止時や高負荷条件下では、摺動面の一部が接触し、油膜に生じた圧力と接触応力により荷重が支持される混合潤滑状態が発生する。この状態を正確に予測・評価することは、機器の性能向上や挙動の予測において極めて重要である。

従来、混合潤滑解析には Patir と Cheng による平均流モデル¹⁾ (PC モデル) が広く用いられてきた。しかしこのモデルは、表面粗さが等方性か、方向性が座標軸に平行な場合のみ正確な近似であり、表面が非対称な粗さやテクスチャを有する場合には不正確となる²⁾。一方、均質化法²⁾は微視的な粗さ構造を持つ流れ場を数学的に均質化することにより、統計的に平均化された巨視的な方程式を導く手法である。均質化法のレイノルズ方程式への適用は、完全な流体潤滑を対象としていたが、近年、固体接触を考慮した混合潤滑領域への拡張が試みられている³⁾。

本研究では、任意の自己相関関数 (ACF) と確率密度関数 (PDF) を持つ多様な粗面を数値的に生成する手法⁴⁾を適用し、混合潤滑における均質化係数に様々な表面トポグラフィが与える影響を系統的に調査した。

2. 解析手法

2.1 均質化法に基づく平均流モデル

粗さを持つ表面間の潤滑現象は、巨視的な流れ（平均的な流れ）と粗さスケールの微視的な流れの2つのスケールから構成されると考えられる。そこで均質化法では、各係数を微小な ϵ を用いてスケール分解する。圧力 p は $p = p_0 + \epsilon \cdot p_1 + \epsilon^2 \cdot p_2 + \dots$ のように摂動展開され、その結果、粗さスケールの微視的な圧力変動 p_1 は、巨視的な圧力勾配 ∇p_0 と滑り速度 $\mathbf{U} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2$ に線形関係にあることが示される。 p_1 の線形性より、次式が成立する。

$$p_1(\mathbf{y}) = \frac{\partial p_0}{\partial x_1} \chi_1(\mathbf{y}) + \frac{\partial p_0}{\partial x_2} \chi_2(\mathbf{y}) + \chi_{3,j}(\mathbf{y}) U_j \quad (1)$$

ここで、 χ_i は均質化セル上で定義される以下のポアソン方程式（セル問題）を周期境界条件の下で解くことにより得られる。

$$\nabla_y \cdot (h^3 \nabla_y \chi_1) = -\frac{\partial h^3}{\partial y_1}, \quad \nabla_y \cdot (h^3 \nabla_y \chi_2) = -\frac{\partial h^3}{\partial y_2}, \quad \nabla_y \cdot (h^3 \nabla_y \chi_{3,j}) = 6\mu \mathbf{e}_j \cdot (\nabla_y h_1 + \nabla_y h_2) \quad (2)$$

ここで $h = h_{nom} + h_2 - h_1$ は粗さを考慮した膜厚、 μ は粘度、 \mathbf{e}_j は単位ベクトルである($j = 1, 2$)。これら3つの方程式は、PC モデルにおいて圧力流量係数とせん断流量係数を求めるために、表面粗さについて解かれる方程式に相当する。

以上のセル問題を解き、平均化操作を行うことで、最終的には以下の均質化されたレイノルズ方程式を得る。

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{12\mu} A \bar{h}^3 \nabla p_0 \right) = \left(\frac{\mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2}{2} \right) \cdot \nabla \bar{h} + \sigma \nabla \cdot \left(\frac{B \mathbf{U}}{2} \right) + \frac{\partial \bar{h}}{\partial t} \quad (3)$$

ここで \bar{h} は平均膜厚、 σ は合成粗さ、 \mathbf{u}_1 と \mathbf{u}_2 はそれぞれ下面と上面の速度ベクトルである。テンソル A と B は、均質化された微視的な粗さによる補正をあらわし、Patir らの平均流モデルとの対応から、それぞれ圧力流量係数テンソル、せん断流量係数テンソルと呼ぶことにする。 A 、 B はセル問題の解 χ_i を用いて次式により定義される ($\langle \cdot \rangle$ は計算領域全体での平均を表す)。

$$A = \frac{1}{\bar{h}^3} \left\langle h^3 \left(I + \nabla_y \left(\chi_1^T \right) \right) \right\rangle, \quad B = -\frac{1}{6\sigma\mu} \left\langle h^3 \nabla_y \left(\chi_{3,1}^T \right) \right\rangle \quad (4)$$

式(3)において、Patir らによる定式化¹⁾や従来の均質化法^{2,3)}では、左辺第1項に含まれる膜厚には公称膜厚 h_{nom} が用いられるが、 h_{nom} は強い接触下では負の値になる可能性がある。この問題を回避するため、ここでは Wilson ら⁵⁾の定式化に従い、常に正の値をとる平均膜厚 \bar{h} に基づき流量係数を定義している。粗面の高さ分布に応じて、予め h_{nom} と \bar{h} の関係式を数値的または解析的に計算しておくことにより、これらは相互に変換可能である。

2.2 粗面の生成と解析条件

本解析では、FFT と反復計算により任意の ACF と PDF をほぼ同時に満足するランダムな粗面を数値的に生成する手法⁴⁾により生成した粗面を用いた。方向性パラメータ γ や歪度 S_k を変化させ、流量係数テンソルに与える影響を調査した。

3. 解析結果・考察

3.1 表面の方向性の影響

まず, Patir ら¹⁾によっても検討されているように, 高さ分布を正規分布とし, ACF の x , y 方向の相関長さの比 γ を変化させた場合の流量係数テンソル A , B を調査した. 計算された流量係数テンソルの成分 A_{11} と B_{11} を Fig. 1 に示す. $\gamma > 1$ では x 軸方向の圧力流量係数 (A_{11}) が増加し, $\gamma < 1$ では減少する傾向が確認でき, これは PC モデルで知られている傾向と一致する. A_{22} , B_{22} は y 軸方向の流量係数に相当し, γ に対して A_{11} , B_{11} とは逆の傾向を示した. また, ACF の方向が軸と一致するため, 流量係数テンソルの非対角成分はゼロとなった.

3.2 表面の歪度 (S_k) の影響

次に, ACF は前節と同様のもの ($\gamma = 1$) を用い, 高さ分布の歪度 S_k が流量係数に与える影響を調査した. $S_k = 0$ は対称な分布, $S_k < 0$ は谷が深く突起が平坦な表面, $S_k > 0$ は突起が鋭い表面に対応する. 生成された表面形状の例を Fig. 2 に, S_k を変化させたときの流量係数テンソルの計算結果を Fig. 3 に示す. $S_k < 0$ では同じ \bar{H} でも突起の接触が生じにくいいため, 流量係数の低下が抑制される傾向が確認された. 逆に, $S_k > 0$ では早期に接触が生じるため, 流量係数が顕著に低下した.

4. おわりに

本研究では, 均質化法に基づいた混合潤滑モデルの流量係数を, 多様な表面トポグラフィに対して数値的に算出する解析手法を構築した. 表面の異方性や高さ分布の歪度が流量係数に与える影響を明らかにし, 本手法を用いることで表面の方向性によらず正確に流量係数を評価できることを確認した. 複雑な粗面パターンにおける流量係数テンソルの評価については, 今後の課題として検討する予定である.

文献

- 1) Patir, N., & Cheng, H. S. (1978). An Average Flow Model for Determining Effects of Three-Dimensional Roughness on Partial Hydrodynamic Lubrication. *Journal of Lubrication Technology*, 100(1), 12–17.
- 2) Rom, M., König, F., Müller, S., & Jacobs, G. (2021). Why homogenization should be the averaging method of choice in hydrodynamic lubrication. *Applications in Engineering Science*, 7, 100055.
- 3) Pattanayak, M. R., & Arghir, M. (2024). Homogenization coefficients for modeling the partial and full-film lubrication regimes. *Tribology International*, 197, 109801.
- 4) Pérez-Ràfols, F., & Almqvist, A. (2019). Generating randomly rough surfaces with given height probability distribution and power spectrum. *Tribology International*, 131, 591–604.
- 5) Wilson, W., & Marsault, N. (1998). Partial hydrodynamic lubrication with large fractional contact areas.

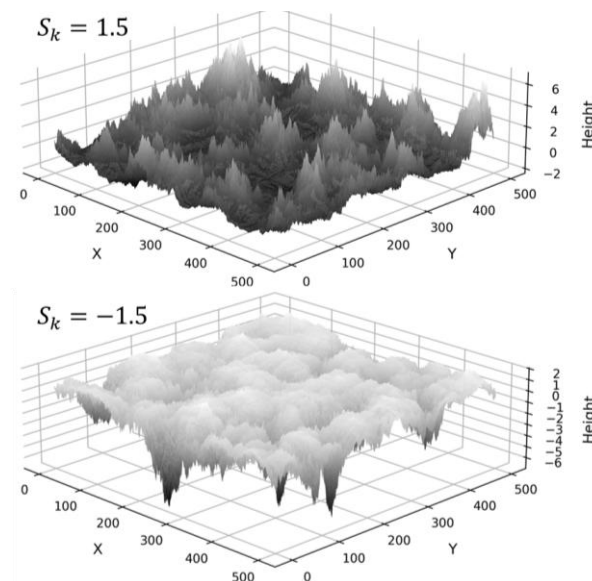


Fig. 2 Generated rough surfaces for skewness $S_k = 1.5, -1.5$ and for excess kurtosis $K_u = 3$.

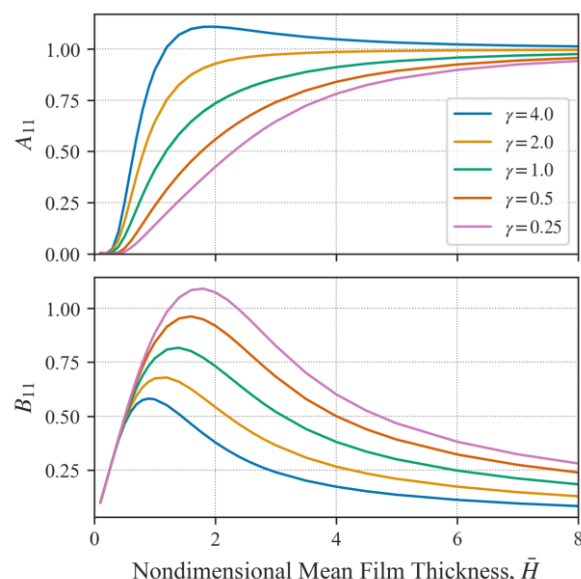


Fig. 1 A_{11} and B_{11} for various correlation length ratios γ , where $\bar{H} = \bar{h}/\sigma$.

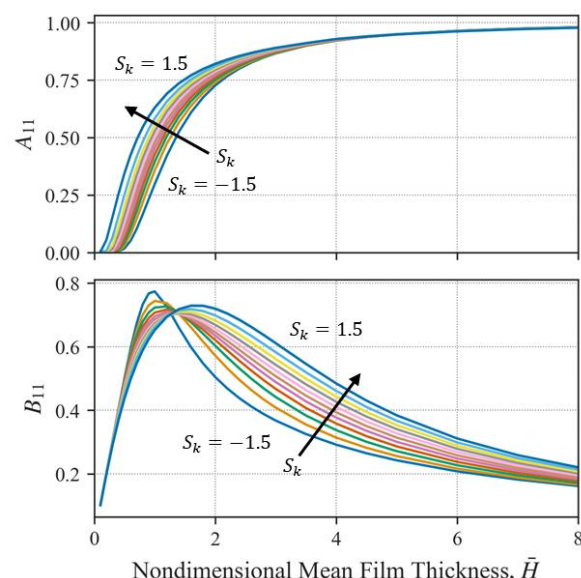


Fig. 3 A_{11} and B_{11} for various skewness S_k .