

# タイヤ設計を志向したゴム挙動の粒子法解析

## Particle Method Analysis of Rubber Behavior for Tire Design Applications

鹿児島高専・機械（学）\*上ノ園 悠大 鹿児島高専（学）石原 大嵩 兵庫県立大（学）藤田 晃徳  
兵庫県立大（正）鷺津 仁志 鹿児島高専（正）杉村 奈都子

Yudai Uenosono\*, Hirotaka Ishihara\*, Akinori Fujita\*\*, Hitoshi Washizu\*\*, Natsuko Sugimura\*\*\*

\*National Institute of Technology, Kagoshima College, \*\*University of Hyogo

### 1. 緒言

タイヤの設計・開発において、その性能を評価する性能試験には様々な種類が存在し、代表的なものとして日本工業標準調査会（JISD）の規格「JISD4234」に基づく転がり抵抗係数（RRC）測定や、実車を用いた走行試験などがある。これらの試験はいずれも大型の試験機や広い試験場を必要とし、さらに試験には実製品が必要となることから時間とコストを要する。そのため各メーカーではCAE解析や独自の設計ソフトを使用して設計開発の効率化を進めている。

ところでSPH（Smoothed Particle Hydrodynamics）法は複雑な形状や大変形を伴う挙動の解析に優れている他に連続体を粒子群として離散化し、各粒子の挙動をカーネル関数に基づいた影響半径内に存在する他粒子との相互作用により求めるため、摩擦および摩耗の過程を粒子の移動として視覚的に捉えることができるといった利点がある。こうした背景から本研究ではSPH法を用いてゴムの材料特性を再現できることを確認し、実際のトレッドパターンを反映したモデルを用いて摩擦摩耗過程の可視化を行うことで、タイヤの設計開発に必要となるデータの取得を試みる。

### 2. 実施方法

#### 2.1 基本式

SPH法<sup>(1)</sup>は、連続体を粒子の集まりとみなし、各粒子（評価点）の物理量をkernel積分によって近似的に評価する。本研究では式（1）で表される運動方程式を基本式とする。ただし、 $i, j$ :粒子ラベル、 $\alpha, \beta$ :座標ラベル、 $x$ :位置、 $t$ :時間、 $v$ :速度、 $m$ :質量、 $\rho$ :密度、 $\sigma$ :応力、 $\varepsilon$ :ひずみ、 $\Pi$ :人工粘性、 $K$ :重み関数、 $h$ :平滑長さである。

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} \sim \sum_j m_j \left( \frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} - \Pi_{ij} \delta^{\alpha\beta} \right) \frac{\partial}{\partial x_i^\beta} K_{ij} + \frac{f_i^\alpha}{m_i} \quad (1)$$

#### 2.2 ゴム材料の応力計算モデル（構成式）

超弾性体における応力、ひずみの関係は非線形である。そのためゴムモデルの解析にはヤング率とは異なる特性表現が必要であり、ひずみエネルギー密度関数 $W$ を用いて記述する。本研究では先行研究においてその構成式を用いてゴムの材料特性がSPH法で再現可能であることを確認しているArruda-Boyceモデル<sup>(2)</sup>を用いて応力値を求めていく。

$$W = \mu \left[ \frac{1}{2} (I_1 - 3) + \frac{1}{20N} (I_1^2 - 9) + \frac{11}{1050N^2} (I_1^3 - 27) + \frac{19}{7000N^3} (I_1^4 - 81) + \dots \right] \quad (2)$$

式（2）はArruda-Boyceにおけるエネルギー密度関数を表す。 $\mu$ : 剪断弾性率とし、主伸長比を $I_1 = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}/3$ で与える。この時、 $W$ に対してコーシー・グリーンテンソル $C = F^T F$ を適用することで応力を計算する。まず、変形勾配テンソル<sup>(3)</sup>を $F = \partial x / \partial X$ としPiola-Kirchhoff 応力テンソル<sup>(4)</sup>を $S = 2F \partial W(C) / \partial C$ で与える。 $P = F \cdot S$ とすると、弾性における応力 $\sigma$ は式（3）で求められる。

$$\sigma = J^{-1} \cdot P \cdot (F)^T = 2J^{-1} \frac{\partial W(C)}{\partial C} F^T \quad (3)$$

$J$ :体積変化率、 $C$ :右Cauchy-Green変形テンソル（ $= (F)^T \cdot F$ ）である。

### 3 結果

実製品のトレッドパターンを参考にしたモデルで計算を行うために、粒子で構成した 3D モデル Fig. 2 を作成した。粒子数 1,315,927 個で構成されている。また、これを SPH シミュレーションの初期配置へ反映させるために、Particle Works を用いて粒子座標を得た。

この複雑な初期配置において計算するための前段として、直方体ゴムによる剪断および圧縮シミュレーション実施した。Fig. 1 は最上層の粒子に  $V_x = 500 \text{ m/s}$  の剪断速度を与えた際のひずみ-相当応力線図である。

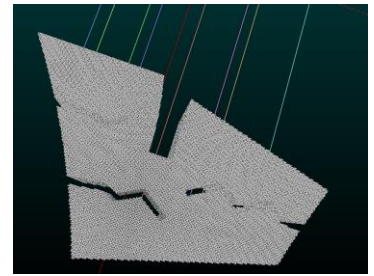


Fig.1 タイヤシミュレーションに使用するモデル

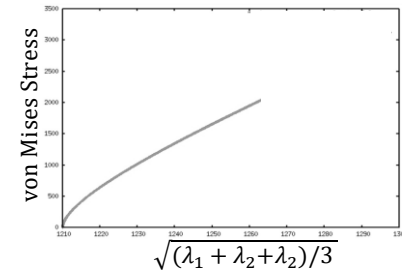


Fig.1 Strain-Stress curve on sliding test

### 参考文献

- 1) R. A. Gingold, J. J. Monaghan: Smoothed particle hydrodynamics: theory and application to non-spherical stars, Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, Volume 181, Issue 3, December 1977, Pages 375-389
- 2) H. J. Qi, M. C. Boyce\*: Constitutive model for stretch-induced softening of the stress-stretch behavior of elastomeric materials, Department of Mechanical Engineering, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA 02139, USA.
- 3) 河島庸一, 酒井譲: 超弾性体(ゴム)のSPH粒子法大変形解析, 日本機械学会第18回計算力学講演会講演論文集.
- 4) 石川覚志: ゴムの有限要素法の学び方, 日刊工業新聞, 2015.