研究会報告

"トライボロジスト"第58巻　第3号(2013)　151～156
原稿受付　2011年1月17日

転がり軸受寿命計算式の変遷（1）

転がり軸受寿命研究会*

Historical Review on Life Equation for Rolling Bearings (Part 1)

Technical Committee on Life of Rolling Bearings*

Key Words：*rolling bearing, fatigue life, life equation, load rating, modification factor*

1. はじめに

転がり軸受は工業的な生産が始まってからすでにほぼ1世紀を経ており，その間にわたって荷重を受けつつ低摩擦で高精度の回転運動を支える機械要素として，多くの機械に欠くことのできない位置を占めてきた．さらに機械の高性能化，小型化，長寿命化の動向に伴い，転がり軸受は常に高負荷能力化も要求され続けてきたが，構造的に軌道面と転動体が小さい面積で接触している関係上，その部分に高い応力集中を繰り返し受けることが避けられない．その結果その部分に転がり疲れによる表面はく離が発生し，使用不能に至るとされている（転がり軸受の分野ではこれを寿命と定義しており，以下，転がり軸受寿命または軸受寿命と呼ぶ）．

転がり軸受寿命は使用機械・装置の信頼性を左右する重要な問題であるが，材料，加工，使用条件などのほか，潤滑などの因子も影響することがわかっている．また，商業的にも負荷能力とくに寿命は品質比較の指標になることも多い．そのため，軸受寿命を推定する計算式〔以下，（転がり）軸受寿命計算式と表現する〕が1世紀にわたって数多く提案され，進化変遷を続けてきた．

日本トライボロジー学会転がり軸受寿命研究会では，研究活動の一環として軸受寿命計算式の歴史的変遷・発展と，それがISO（国際標準化機構）によって規格化され変遷してきた状況につき調査したが，それらについて一応のまとめが完了したのでその概要を3回に分けて報告する．

2. 転がり軸受寿命計算式の変遷

転がり軸受寿命計算式は20世紀初頭に初めて提案されて以来，数多く提案され発展を続けてきた．全体の流れからすると，寿命計算式は大きく分けて初期，Lundberg–Palmgren（LPと略称する）による基礎の確立，それ以降の修正と発展，とに分けられる．それらの中から現在にまで影響を与えたものの例を，おおむね発表年順に略述する．

なお，項目ごとにこれらの論文の内容と意義についての簡単なコメントを［　］内に示した．また，式中の量記号は可能な限り共通として理解しやすくした．そのため各式の原文献に記載の量記号とは異なる場合がある．これら量記号は各章の初めに一括して表記した．

2.1 量記号

主な量記号を以下に示すが，意味が複数の場合は該当する節の番号を示した．

a　：Hertz 接触だ円の長半径
a_1　：信頼度係数
a_2　：軸受特性係数

日本トライボロジー学会（〒105-0011　東京都港区芝公園3丁目5-8）
Japanese Society of Tribologists (5-8, Shibakoen 3-chome, Minato-ku, Tokyo 105-0011)

* 構成：岡本純三（主査・千葉大・名），間野大樹（幹事・産総研），木村好次（東大・名，香川大・名），佐藤昌夫（元 神奈川大），吉岡武雄（元 明治大），似内昭夫（元 玉川大），山本隆司（東京農工大），高田浩年（元 日本精工），三田村宣晶（日本精工），佐田　隆（ジェイテクト），高木俊行（不二越），平岡和彦（山陽特殊製鋼），前田喜久男・田中広政（NTN）　2010年10月現在

a_3 ：使用条件係数
a_4 ：環境係数
a_5 ：疲労限係数
a_{23} ：寿命補正係数（潤滑・異物・疲労限を考慮）
a_{23II} ：潤滑剤粘度 / 基準粘度比に基づく係数
a_C ：汚染度係数
a_L ：潤滑パラメータ
A ：材料強さの係数（2.16）；寿命式の比例定数（2.11 および 2.13）
A_i ：比例定数 A の体積要素
A' ：比例定数 A の応力負荷体積内平均値
A_1 ：材料強さ係数 A に比例する値
b ：Hertz 接触だ円の短半径
b_1 ：定数
B_r ：max $\tau_a - \tau_u > 0$ 領域での断面積
c ：軸受材料に固有の係数
C ：単位寿命（$L = 1$）での軸受許容荷重（2.5）；軸受の基本動定格荷重（基本負荷容量）（2.6 他）
C_a ：転動体の基本動定格荷重
C_e ：外輪の基本動定格荷重
C_i ：内輪の基本動定格荷重
C_0 ：軸受の基本静定格荷重
$\mathrm{d}B$ ：内輪の断面積の増分
$\mathrm{d}l$ ：内輪の転がり長さの増分
D ：材質に与えられる係数
D_i ：内輪軌道直径
D_n ：軸受軌道直径
D_{pw} ：転動体セットのピッチ径
D_w ：転動体直径
e ：ワイブル勾配
E ：材料処理係数
E' ：基本動定格荷重修正式の指数
E_0 ：弾性率の関数
f ：関数記号
f_e，f_i：外輪溝半径 / 玉径比，内輪溝半径 / 玉径比
f_3 ：σ_u の関数
f_c ：D_{pw}，D_w，r_e，r_i，γ，λ，ν および実験で決められた定数の関数
F ：潤滑係数
F' ：基本動定格荷重修正式の指数
F_a ：アキシアル荷重（スラスト荷重）
F_r ：許容荷重（2.3 のみ）；ラジアル荷重
g ：h を修正する数
G ：速度効果係数
G' ：基本動定格荷重修正式の指数
h ：軸受材料に固有の係数
H ：材料の強さによる係数（2.8）；取付誤差係数（2.9）；関数記号（2.11）
i ：転動体列数
J_r ：LP 理論でのラジアル積分
J_1，J_2：LP 理論の回転輪・固定輪に関する積分
k ：比許容荷重（2.2）；指数（定数）（2.12）
k_1，k_2，・・・，k_{10}：定数
K ：定格荷重計算時の係数（2.10 および 2.16）；応力集中係数（2.12）
l ：軸受軌道の円周長さ
L ：軸受寿命（2.5）；90 % 信頼度寿命（2.6 および 2.7）
L_{10} ：基本定格寿命
L_{na} ：補正定格寿命（adjusted rating life）
L_{we} ：ころの有効接触長さ
n ：回転速度（2.3 および 2.4）；基本動定格荷重の修正式の指数で e の関数（2.10 および 2.16）
N ：軸受寿命までの作用応力繰返し数
p ：荷重指数
p_{max} ：Hertz 最大接触応力
P ：許容荷重（2.2 のみ）；軸受動等価荷重
P_0 ：軸受静等価荷重
P_u ：疲労限を与える軸受荷重
q ：Hertz 応力
q_c ：ある基準寿命値を与える接触応力
q_u ：疲労限応力
Q ：接触荷重（2.2）；転動体荷重（2.7 および 2.20）
Q_c ：1 接触部の基本動定格荷重
Q_{max} ：最大転動体荷重
r_e，r_i：外輪溝半径，内輪溝半径
s ：軸受荷重 / 疲労限荷重比・異物混入程度等によるパラメータ
S ：軸受材料が軸受寿命に耐える確率
S_i ：体積要素の残存確率

T ：HERTZ 弾性接触理論でのパラメータ
u ：軸受1回転当たりの軌道面の応力繰返し数
U ：軸受寿命に至るまでの総回転数
V ：作用応力の範囲を代表する体積（2.7，2.13～2.15，2.19 および 2.20）；回転係数（2.7〔式(7.5)〕），(3.2)；異物混入度パラメータ（2.14）
V_I ：作用応力負荷体積要素
w ：指数（e の関数）
X ：ラジアル荷重係数
Y ：アキシアル荷重係数
z_i ：作用応力負荷体積要素の深さ
z_0 ：τ_0 が発生する深さ
z' ：応力で重み付けした平均深さ
Z ：軸受1列当たりの転動体数
α ：接触角
β ：内輪円すい角の 1/2（2.8）；ワイブル勾配（2.12）
γ ：$\beta+\nu$（2.8）；$D_w\cos\alpha/D_{pw}$（2.16）
ζ ：弾性接触最大せん断応力位置を示す係数（2.7）；MANSON－COFFIN き裂則指数（2.12）
η ：応力の影響度を与える指数（定数）
η_a ：フープ応力・残留応力に関する寿命因子
η_b ：潤滑係数
η_c ：異物汚染度パラメータ
ι ：転動体応力体積係数
κ ：動粘度比（2.13 および 2.19）；転動体接触係数（2.16）
λ ：基本動定格荷重計算時の減少係数
Λ ：油膜パラメータ
μ ：HERTZ 弾性点接触理論式における定数
ν ：HERTZ 弾性点接触理論式における定数（2.7）；ころ円すい角の 1/2（2.8）；潤滑剤の動粘度（2.13）
ν_1 ：潤滑剤の基準動粘度
σ_i ：体積要素の疲労基準応力
σ_h ：静水圧
σ_{h0} ：材料定数
σ_u ：材料降伏強さ（2.12）；材料疲労限応力（2.14）
σ_{ui} ：体積要素の疲労限応力
σ_v ：von MISES 相当応力
σ_y ：降伏応力
$\Sigma\rho$ ：接触部曲率和
τ ：破壊を支配するせん断応力
τ_a ：せん断応力振幅
τ_u ：せん断応力の疲労限（2.11，2.13 および 2.19）；せん断降伏応力（2.12）
τ_{zy} ：転がり接触表面付近（表面下）に転がりに伴い発生する表面に平行なせん断応力
τ_0 ：$|\tau_{zy}|$ の最大値の半振幅
$\phi_0\sim\phi_4$：内部起点疲労ハザード因子
$\phi_0'\sim\phi_5'$：表面起点疲労ハザード因子
Ω ：疲労寿命に関する補助変数
Ω_s ：表面起点疲労寿命に関する補助変数
Ω_{ss} ：内部起点疲労寿命に関する補助変数
添字 a，e，i：転動体，外輪，内輪に関する量

2.2 STRIBECK の式（1901）

STRIBECK[1)]は，軸受鋼製の玉と，玉・平面または凹曲面との弾性点接触を行わせ，その弾性変形量を精密に実測して，弾性限度を与えるときの接触荷重 Q と玉直径 D_w（3/8～9/8 インチ）との関係式を，

$$Q=kD_w^2 \tag{2.1}$$

として比許容荷重 k を与えた．すなわち，玉軸受の玉と軌道面との接触に HERTZ の弾性点接触理論式を応用して求めた最大接触圧力が，材料の許容応力と等しくなるとしたときの k を，実験に基づいて定めた．さらに，ラジアル玉軸受がラジアル荷重 F_r を受ける時の最大玉荷重 Q_{max} を，解析計算と考察によって，軸受の玉数 Z を用いて，

$$Q_{max}=\frac{5F_r}{Z} \tag{2.2}$$

で与え，比許容荷重に基づく玉許容荷重を与えるようなラジアル荷重を使用限界荷重（許容荷重）P として，前2式を用いて次式のように与えた．

$$P=\frac{1}{5}kZD_w^2 \tag{2.3}$$

この式は，玉軸受とともに，ころ軸受に対しても適用された．

［この提案は，転がり軸受の最大許容荷重を与える式を示しているが，これは今日の基本静定格荷重の概念に近いものであり，まだ材料の疲労の概

念は入っていない．しかし，転がり軸受の許容負荷能力を与える計算式の嚆矢といえよう． 中でも，ラジアル荷重と最大転動体荷重の関係を示す式は現在でも多く使われている.］

2.3 Goodman の 式（1913）

Goodman[2]は，ラジアル玉軸受の負荷容量（許容荷重）F_r に，回転速度 n を含んだ次式を提案した.

$$F_r = \frac{k_1 Z D_w^3}{D_i n + k_2 D_w} \quad (3.1)$$

［この提案は，前項同様に許容荷重の概念に基づいた式を示したものであるが，回転速度が考慮されていて，疲れを考慮した寿命式の性格が垣間見られる.］

2.4 Palmgren の 式（1924）

Palmgren[3]は，ラジアル玉軸受の負荷容量 F_r の実験式として，Stribeck の式(2.3)中の比許容荷重をより詳しく与えた．すなわち，比許容荷重を軸受寿命に至るまでの総回転数 U, n および D_w の関数として次式で表した.

$$F_r = \frac{1}{5} k_3 Z D_w^2 \quad (4.1)$$

$$k_3 = \left\{ \frac{k_4}{(k_5 U + k_6)^{\frac{1}{3}}} + k_7 \right\} (1 + k_8 n)(1 + k_9 D_w)^2 \quad (4.2)$$

［この式では，前々項の比許容荷重の式に総回転数・回転速度が含まれ，軸受寿命に本質的な応力繰返しが含まれることを暗示している.］

2.5 Stellrecht の 式（1928）

Stellrecht[4]は，軸受寿命 L を 10^6 回転単位で表し，軸受荷重 P の関数として次式で示した.

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^3 \ \text{（玉軸受）} \quad (5.1)$$

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^{4.5} \ \text{（ころ軸受）} \quad (5.2)$$

C は単位寿命（$L=1$）における軸受許容荷重であり，次式で与えられる.

$$C = k_{10} Z^{\frac{2}{3}} D_w^2 \quad (5.3)$$

［この提案では，軸受寿命を軸受荷重のべき乗の反比例式として，10^6 回転単位の総回転数で示し，今日の計算式の基礎形を確立した．軸受許容荷重は今日の基本動定格荷重と同義と見られる.］

2.6 Palmgren の 式（1945）

Palmgren[5]は，軸受寿命 L を，同条件の一群の軸受の 90 %が生存する（10 %が寿命に至る）ときの総回転数（10^6 回転単位）として，次式で与えた.

$$L = \left(\frac{C}{P} \right)^3 \quad (6.1)$$

C を転がり軸受の基本負荷容量と呼び，次式で与えた.

$$C = \frac{f_c i Z^{\frac{2}{3}} D_w^2 \cos\alpha}{1 + 0.02 D_w} \ \text{：玉軸受} \quad (6.2)$$

$$C = f_c i Z^{\frac{2}{3}} D_w L_{we} \cos\alpha \ \text{：ころ軸受} \quad (6.3)$$

［この式では，軸受許容荷重が基本負荷容量に変わって，軸受諸元のより複雑な関数として与えてあり，今日使われている基本動定格荷重の基本形を形成した.］

2.7 Lundberg–Palmgren の 式（1947,1952）

Lundberg と Palmgren[6,7]は，転がり軸受寿命が軸受材料の繰返し応力に耐える確率に応じて定まり，その支配応力は転がり接触面の表面付近（表面下）で発生する転がりに伴う表面に平行なせん断応力 τ_{zy} の最大振幅値であるとし，その付近の軸受材料の最弱部分から寿命に至る疲れき裂が発生するものとした．さらに，その発生深さが浅いほど，また最大応力を受ける深さまでの材料体積が大きいほど寿命が短縮するものとして，次の基礎式を定めた.

$$\ln(1/S) \propto \text{func.}(\tau_0, z_0, N) \propto N^e \tau_0^{\,c} z_0^{-h} V \quad (7.1)$$

式(7.1)に対して次の各量の関係

$$N = uL,\ \tau_0 = T p_{max},\ z_0 = \zeta b,\ V = a z_0 l$$

を用いて，式(7.2)を得た.

$$\ln\left(\frac{1}{S} \right) \propto T^c \zeta^{1-h} \left(\frac{E_0 D_w \Sigma\rho}{3\mu\nu^2} \right)^{\frac{c+h-1}{2}} \left(\frac{D_w}{a} \right)^{\frac{c-h-1}{2}} \times \left(\frac{Q}{D_w^2} \right)^{\frac{c-h+1}{2}} D_n D_w^{2-h} u^e L^e \quad (7.2)$$

さらに，$L=1$（寿命総回転数 1 × 10^6 回転）で $S=0.9$（90 %信頼度）における軸受荷重 P を，その軸受の基本負荷容量 C として，軸受寿命計算式

を次のように与えた．

$$L=\left(\frac{C}{P}\right)^{p} \tag{7.3}$$

$$p=3：玉軸受，p=\frac{10}{3}：ころ軸受$$

基本負荷容量 C は実験と解析に基づいて次のように与えた．

$$C=f_{\mathrm{c}}(i\cos\alpha)^{0.7}Z^{\frac{2}{3}}F(D_{\mathrm{w}})$$
$$：ラジアル玉軸受 \tag{7.4a}$$
$$C=f_{\mathrm{c}}(iL_{\mathrm{we}}\cos\alpha)^{\frac{7}{9}}Z^{\frac{3}{4}}D_{\mathrm{w}}^{\frac{29}{27}}$$
$$：ラジアルころ軸受 \tag{7.4b}$$
$$F(D_{\mathrm{w}})=D_{\mathrm{w}}^{1.8}：玉軸受（D_{\mathrm{w}}\leqq 25.4\ \mathrm{mm}）$$
$$F(D_{\mathrm{w}})=3.647D_{\mathrm{w}}^{1.4}：玉軸受（D_{\mathrm{w}}>25.4\ \mathrm{mm}）$$

スラスト軸受についても，同様にして C の式を与えている．

軸受にラジアル方向とアキシアル方向から荷重が同時に加わる一般的な場合には，式(7.3)における P は動等価荷重 P として，次式によって与える．

$$P=XVF_{\mathrm{r}}+YF_{\mathrm{a}} \tag{7.5}$$

なお，以上の各量の単位は［mm，kgf］としている．

［これは軸受寿命計算式の基本が確立された理論（Lundberg–Palmgren 理論；LP 理論）に基づく式で，現行 ISO 規格寿命計算式の基礎であり，今日の軸受寿命理論の発展の基礎ともなっている．］

2.8 Moyer–McKelvey の式（1962）

Moyer と McKelvey[8]は，ラジアル円すいころ軸受について，9×10^{7} 回転単位の 90 %信頼度寿命 L の計算式・基本動ラジアル定格荷重 BRR の計算式を次のように与えた．

$$L=\left(\frac{BRR}{P}\right)^{\frac{10}{3}} \tag{8.1}$$

$$BRR=HZ^{0.7}D_{\mathrm{w}}L_{\mathrm{we}}(\cos\alpha\sin\beta)\frac{\left(1+\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}\right)^{0.3}}{\cos2\nu\sin\gamma} \tag{8.2}$$

スラスト円すいころ軸受の定格荷重 BTR についても，同様な式を与えている．

［これは，ISO 規格と異なるインチ系列円すいころ軸受の製造業者 TIMKEN 社（米国）の独自の寿命計算式で，寿命などの定義・呼称・式等は異なるが，式の概念は 1962 年に制定された ISO 規格のそれとほぼ等しい．］

2.9 Bamberger ら［ASME］の式（1971）

ASME（American Society of Mechanical Engineers，米国機械学会）は Bamberger ら[9]によって，軸受寿命計算式に軸受荷重以外の因子の影響を考慮した次式を，諸係数補正後の 90 %定格寿命 L_{A} として提案した．

$$L_{\mathrm{A}}=DEFGH\left(\frac{C}{P_0}\right)^{p} \tag{9.1}$$

これら係数 D，E，F，G，H の値は数値表・図等で与えられている．

［軸受寿命への荷重以外の因子の影響を考慮するための実務的指針として，寿命計算値に各種係数を乗じる方法を示した．これは，当時の知見に基づいてまとめられたものである．］

2.10 岡本の式（1977）

岡本[10]は，LP 理論をはじめ一般には一定値として扱っている玉軸受の寿命分布（Weibull 分布）の形状パラメータ e を変数として LP 理論を拡張し，ラジアル玉軸受の寿命計算式

$$L_{10}=\left(\frac{C}{P}\right)^{p} \tag{10.1}$$

における基本動定格荷重 C の式を拡張した．すなわち，C を構成する C_{i}, C_{e} をそれぞれ次式で表し，LP 理論でのラジアル積分，回転輪・固定輪に関する積分等を用いて，次式を導いた．

$$C_{\mathrm{i}}=\lambda_{\mathrm{i}}A_1(e)\frac{0.5^{G'}}{4^{E'}}K\left(\frac{D_{\mathrm{n}}}{D_{\mathrm{w}}}\ \frac{r_{\mathrm{i}}}{r_{\mathrm{i}}-D_{\mathrm{n}}/2}\right)^{-n}$$
$$\times\frac{\left[1-\dfrac{D_{\mathrm{w}}\cos\alpha}{D_{\mathrm{pw}}}\right]^{E'-F'+n}}{\left[1+\dfrac{D_{\mathrm{w}}\cos\alpha}{D_{\mathrm{pw}}}\right]^{-G'}}\left[\frac{D_{\mathrm{w}}\cos\alpha}{D_{\mathrm{pw}}}\right]^{F'}(i\cos\alpha)^{1-F'}$$
$$\times Z^{1+G'}D_{\mathrm{w}}^{1.8} \tag{10.2}$$

$$C_{\mathrm{e}}=\lambda_{\mathrm{e}}A_1(e)\frac{0.5^{G'}}{4^{E'}}K\left(\frac{D_{\mathrm{n}}}{D_{\mathrm{w}}}\ \frac{r_{\mathrm{e}}}{r_{\mathrm{e}}-D_{\mathrm{n}}/2}\right)^{-n}$$
$$\times\frac{\left[1+\dfrac{D_{\mathrm{w}}\cos\alpha}{D_{\mathrm{pw}}}\right]^{E'-F'+n}}{\left[1-\dfrac{D_{\mathrm{w}}\cos\alpha}{D_{\mathrm{pw}}}\right]^{-G'}}\left[\frac{D_{\mathrm{w}}\cos\alpha}{D_{\mathrm{pw}}}\right]^{F'}(i\cos\alpha)^{1-F'}$$
$$\times Z^{1+G'}D_{\mathrm{w}}^{1.8} \tag{10.3}$$

ここに係数 $A_1(e)$ は最大せん断応力とその発生深さおよび e の関数とし，E'，F'，G' はそれぞれ c，h および e の関数として解析し，e の変化に伴うこれらの値の変化が寿命に与える影響を示した．[軸受寿命の分布の形状を表すパラメータ e が現実には必ずしも一定値ではないため，本提案ではこれを変数とした場合の理論計算とその結果を示した．今後 e の値の解明が進めば応用が期待される．]

文　献

1) R. Stribeck : Z. VDI, **45**, 3 (1901) 73, 118.
2) J. Goodman : Proc. Inst. Auto. Eng., **8** (1913) 107.
3) A. Palmgren : Z. VDI, **68**, 14 (1924) 339.
4) H. Stellrecht : Die Belastbarkeit der Wälzlager (1928) Berlin.
5) A. Palmgren : Ball & Roller Brg. Eng., 2nd Ed., Burbank (1945) 68.
6) G. Lundberg & A. Palmgren : Dynamic Capacity of Rolling Bearings, IVA Handlingar 196 (1947) 1.
7) G. Lundberg & A. Palmgren : Dynamic Capacity of Roller Bearings, IVA Handlingar 210 (1952) 1.
8) C. A. Moyer & R. E. McKelvey : SAE Paper 569B (1962) 1.
9) E. N. Bamberger, T. A. Harris, W. M. Kacmarsky, et al. : Life Adjustment Factors for Ball and Roller Bearings, ASME (1971) 1.
10) 岡本純三：ころがり軸受の寿命に関する研究（とくに寿命式の拡張について），機械技術研究所報告 92 (1977) 1.